

教师基本功丛书  
数学教师卷

# 如何 命数学题

编著 董建功



华东师范大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

如何命数学题/董建功主编. —上海:华东师范大学出版社, 2009

(教师基本功丛书·数学教师卷)

ISBN 978-7-5617-7232-4

I. 如… II. 董… III. 数学课—教学研究—中小学  
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 181868 号

教师基本功丛书·数学教师卷

## 如何命数学题

编 著 董建功  
策划组稿 李文革  
审读编辑 曹祖红  
封面设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社  
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062  
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105  
客服电话 021-62865537(兼传真)  
门市(邮购)电话 021-62869887  
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口  
网 址 [www.ecnupress.com.cn](http://www.ecnupress.com.cn)

印 刷 者 江苏句容排印厂  
开 本 890×1240 32 开  
印 张 6.25  
字 数 157 千字  
版 次 2009 年 10 月第一版  
印 次 2009 年 10 月第一次  
印 数 3100  
书 号 ISBN 978-7-5617-7232-4/G·4183  
定 价 12.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

# 前 言

命题与评价是每一位数学教育工作者都要经常面对的问题,很多教师在接受委托命题任务以后才感到平时对他人命题水平如何低下、试题如何不新颖、考查知识点总是不到位等等的指责是不负责任的.评价一份试卷要比命制一份试卷容易得多,正如评判央视每年的春节联欢晚会肯定要比自己导演容易得多.此种眼高手低的评判在数学教育界颇为常见,笔者十分不认同这种不负责任地随意批评命题人的做法.笔者认为,不论何种考试命题,只要命题教师尽力了,就应该鼓励,而不应像有些教师那样,自己班级的学生没有考好,就恨不得将所有责任都归结为命题者命制的试题不好.

教师与命题者的关系有如观众和导演:随意发表意见人人都会,但如果让观众担任导演,去指挥他认为一团糟的演员出演自己心中的佳片,他就会感到困难重重.如此表述不是推卸命题者的责任,而是以负责任的态度提出一个设想:将专业的命题能力作为数学教师的基本功提出,让每个数学教师接受命题训练,知道如何较专业地进行命题.

命题者如果能将自己的想法和理念渗透于新课程评价之中,有效提高考试指挥棒正向功能的发挥,就能最大程度地调动教师的教学主动性和学生学习的积极性,使社会更加关心中考和高考改革,更加关心命题对中国基础教育的影响.

本书针对数学课程改革中的评价改革所暴露出的问题,结合《基础教育课程改革纲要(试行)》、《全日制义务教育数学课程标准》和《全日制普通高中数学课程标准》提出的评价相关新理念、新方

法,对义务教育阶段和高中阶段数学命题的技术性问题作了系统阐述.作为数学教育评价的深入研究,本书力图在命题技术和理念上有所突破,以期能对广大中学教师的命题水平和能力产生较大的影响.

笔者通过学习借鉴,辅以亲身体验和感受,提出了诸多命题、审题的标准和原则,并用生动的语言描述了许多命题技术细节,希望以此带给读者一种置身于命题组的研讨之中的感觉.本书中所举的例题均为笔者亲身参与编制的试题,其中有许多精彩的自编的新题在近年的中学数学杂志上得到了较为广泛的引用,当然,这其中也很可能存在不足之处,敬请广大读者给予指正.

本书的创新之处在于提出了命题的纠错、辅助审核以及互查试做的纠错机制,这为确保命题底线(无科学性错误)提供了机制上的保证.同时,本书还对命题教师提出了利用专业软件进行排版,使试卷美观的基本要求.总之,从命题到编辑再到美观,本书都提出了一些观点和做法,这些观点和做法将有助于一线数学教师打下坚实的命题技术基本功,进而成为一名称职的命题教师.





# 目 录

## 第一篇 思想篇

<b>第一章</b>	<b>数学评价的意义及指导思想</b>	2
第一节	数学评价的意义与分类	2
第二节	数学评价的命题依据	4
第三节	数学命题的理念和导向	6
第四节	数学命题的价值取向	8
<b>第二章</b>	<b>数学命题的一般原则与发展趋势</b>	10
第一节	数学命题的一般原则	10
第二节	数学命题的继承与创新	13

## 第二篇 谋划篇

<b>第三章</b>	<b>数学命题前的准备与培训</b>	16
第一节	数学命题前的培训	16
第二节	数学命题的初步开始	17
第三节	研读考试纲要和考试说明	25
第四节	了解试题评价分析指标	39
<b>第四章</b>	<b>数学命题的蓝图设计</b>	42
第一节	设计双向细目表	42
第二节	确定命题具体内容和考查知识点	45
第三节	具体命题的基本原则	47

### 第三篇 实战篇

<b>第五章</b>	<b>数学基础试题的命制</b> .....	52
第一节	命题中的统筹安排.....	52
第二节	确定具体题目的情境材料和呈现方式.....	55
第三节	各类典型试题命题要求和举例.....	57
第四节	试题改编的一般方法与常见模式.....	72
第五节	新编试题的一般方法与常见模式.....	85
<b>第六章</b>	<b>数学创新题的命题个案分析</b> .....	95
第一节	探索性试题的命题个案分析.....	95
第二节	应用性试题的命题个案分析.....	103
第三节	阅读理解题的命题个案分析.....	107
第四节	操作思考题的命题个案分析.....	110
第五节	实验探究题的命题个案分析.....	115

### 第四篇 技术篇

<b>第七章</b>	<b>数学命题的再加工</b> .....	121
第一节	命题过程中的民主.....	121
第二节	控制试题难度的一般方法.....	122
第三节	预估试题难度的方法.....	125
第四节	确定参考答案和评分标准.....	127
第五节	命题组的初审与复审.....	132
<b>第八章</b>	<b>数学审题组的审核</b> .....	134
<b>第九章</b>	<b>数学命题中的纠错与评价机制</b> .....	140
第一节	数学命题中的校对.....	140
第二节	几何画板动态演示查错.....	141
第三节	考试的功能与测量指标.....	148
第四节	数学试题评价量表简介.....	151

## 第五篇 修饰篇

第十章	如何使考试试卷更美观	154
第一节	文字录入和排版	154
第二节	数学公式编辑器的使用	156
第十一章	几何画板与矢量作图软件简介	157
第一节	几何画板作图与动态检验简介	157
第二节	矢量作图软件 CorelDRAW 简介	171



*Di Yi Pian* 第一篇

# 思想篇

蘇子思  
PDG

# 第一章

## 数学评价的意义及指导思想

### 第一节 数学评价的意义与分类

在素有“考试文化大国”之称的中国,考试可以说是每个学生成长道路上的一道道坎,每一道决定着前途的“坎”都会给学生留下难以忘却的记忆.设置这些坎的命题者肩负着公平、公正地评价和选拔人才的重任,他们必须是经过精心培养,训练有素的研究者.

考试是评价的重要方面,也是中学数学课程改革的重要环节.评价观念的更新和评价方式的改革是制约数学课程改革发展的一个关键因素,它对考试的影响也是不言而喻的.新课程背景下的数学教育评价和考试命题的发展离不开中国的基本国情,也必须建立在对数学教育评价基本内涵深刻理解的基础上.

一般地,数学教育评价是全面搜集和处理数学课程与教学的设计与实施过程中的信息,从而作出价值判断、改进教育决策的过程.数学教育评价既包括课程评价,也包括教学评价,数学考试是数学教育评价的重要方面.评价者从考试结果中也能收集到各个评价对象的发展信息,从而了解教育工作的进展,进而发现问题,作出价值判断和进一步改进的决策,这也是考试评价的主要功能和宗旨,是有效开展评价工作的指导方向.

就数学考试评价的功能而言,考试评价可分为两类.一类是在数学教育活动的某个阶段结束后,为整体效益作全面鉴定所进行的终结性评价,其目的在于总结整个数学教育阶段的成果,其作用是鉴定教学效益或成果,提供升学和发展的决策信息.它通常指的是中考、高考等在整个教学阶段结束时进行的考试.另一类是形成性评价,即在教学过程中,为了获得反馈信息,促进教学方案、计划、课程等的形成所进行的评价,其目的在于改进教学过程,其作用在于了解教学过程中的问题和缺陷,提供改进信息.它通常指的是期中考试、期末考试等在每个教学单元结束时进行的考试.

按考试评价的基准分类,考试评价可分为目标参照性考试评价和常模参照性考试评价.“评价标准在被评价的集体之外,是预先制定的.通过与评价标准相比较,可以确定被评价对象达到目标的程度”,这种评价称为目标参照性评价,又称绝对评价,“其特点是评价标准是由目标所决定的绝对标准.评价时,个体只与标准相比较,不进行相互比较”.合格性考试和达标性考试一般属于此类评价.目标参照性考试评价通常采用原始分数预先制定教学目标,如制定“优分”、“良好”、“及格”和“低分”等分数线,相应的量化指标为“优分率”、“良好率”、“及格率”和“低分率”等.其优点是:“可以使被评价对象明确与教学目标的差距,激励被评价对象上进的积极性”;缺点是:“客观标准的制定比较困难”,同时由于各个测验的难度不同,各原始分数的价值也不相同,因此对不同测验的原始分数和相应的量化指标直接进行比较是毫无意义的.

“评价标准在被评价的集体之内,通过与评价标准相比较,可以确定被评价对象在集体中所处的位置,以分优劣”,这种评价称为常模参照性评价,其中被评价的集体称为常模团体.常模参照性评价又称相对评价,“其特点是评价标准随被评集体的状况而异,仅适用特定的被评集体.选拔性考试一般属于此类评价.常模参照性评价采用导出分数(百分等级分数、标准分数)和常模表(由原始分数和

导出分数共同组成的分数量表)作为评价工具,在特定的团体内进行“名次排序”及对中考、高考的“有效分”、“上线率”的分析也属于本类评价.本类评价的优点是:“无论常模团体的状况如何,都可以以确定的标准进行评价”;缺点是:“容易降低客观标准,评价结果并不表示被评价者的实际水平”.本书所谈数学考试均是指常模参照性数学考试评价,明确这一点,对理解考试命题的针对性和有效性至关重要.

数学考试评价从规模上可分为大规模数学考试,如省级规模普通高等学校招生考试、初中毕业及升学考试、课改试点市中考等;中等规模数学考试,如县、区级统一数学考试、同级同类学校的联考等;较小规模的如校内同年级统一考试、班级阶段性检测等.不论其规模大小,从规范考试行为,提升命题者水平的角度来说,了解数学试题评价的指导原则是非常有必要的.由于目前统一考试主要集中在初中和高中阶段,因此,本书对命题的研究也相应集中在初、高中学段.本书将从初中毕业学业水平考试和高校招生考试展开阐述,本书中对数学评价命题研究的重点将放在中考层次上.

## 第二节 数学评价的命题依据

初中毕业生数学学业考试是义务教育阶段数学科目的终结性考试,其目的是全面、准确地评估初中毕业生达到《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《义务教育标准》)所规定的数学学业水平的程度.因此,命制初中毕业生数学学业考试有关试题的依据,是《义务教育标准》和基于该标准的《国家基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学科学业考试命题指导》.

普通高等学校招生数学考试是高中教育阶段数学科目的终结性考试,其目的是全面、准确地评估高中毕业生达到《全日制高中教

育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《高中教育标准》)所规定的数学学业水平的程度.因此,命制普通高等学校招生数学考试有关试题的依据,是《高中教育标准》和基于该标准的《普通高等学校招生全国统一考试大纲》,以及各省根据本省实际情况配套制定的《普通高等学校招生各省统一考试说明》.

在中国,教学和考试历来是一对矛盾.随着《课程标准》(指《义务教育标准》和《高中教育标准》,下同)的实施,教学和考试之间又增加了新的问题和矛盾.《课程标准》的突出特点之一是课程的多样性和选择性,这使得学生在初、高中阶段除了学习统一学科的必修内容外,还可以根据自己的学习兴趣、发展潜能来选择《课程标准》中提供的选修内容.显然,《课程标准》比《教学大纲》有了一定的进步,在一定程度上体现了因材施教的教学理念.这种理念和进步在考试中就体现为,应用个性化的考试而不是统一考试的形式来评价教学.然而,我国目前现行的中、高考制度都是统一考试制度,虽然有人对这种大一统的考试制度提出了各种改进建议,甚至反对意见,但到目前为止,还没有人能提出在公平、公正、公开方面超越中、高考制度的评价制度,由此可见,此类考试长期存在的合理性是毋庸置疑的.在此背景下,如何提高命题者素质,使试卷更科学、合理地发挥评价功能才是当务之急.

教育部已经根据《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》和《国务院关于基础教育改革与发展的决定》的精神,加快了中小学评价与考试制度的改革并相应建立了基础教育新课程体系,把扎实推进素质教育落到了实处.为保证基础教育课程改革向纵深发展,各地应按照《教育部关于积极推进中小学评价与考试制度改革的通知》的要求,认真组织实施中小学评价与考试制度改革;基础教育行政主管部门要全面承担起这项工作的责任;各级教研部门要在教育行政部门的领导下,认真研究考试改革的业务及管理问题,做好参谋和服务工作;其他有关部门要根据本实验区的改革方案积极做好协调和服务工作.



### 第三节 数学命题的理念和导向

数学命题的指导原则和思想必须服从基础教育课程改革的大方向.这就要求每位命题者必须深入地理解基础教育课程改革的基本理念,只有这样才能把握命题的正确方向,不走弯路,不偏离教学实际.

基础教育课程改革要以“三个面向”,即“教育要面向现代化,面向世界,面向未来”的重要思想为指导,全面贯彻党的教育方针,全面推进素质教育.新课程的培养目标应着重体现时代要求,培养学生初步的创新精神、实践能力、科学素养等,并使其具有适应终身学习的基础知识、基本技能和方法.

基础教育课程改革的具体目标是要改变课程过于注重知识传授的倾向,强调形成积极主动的学习态度,使获得基础知识与基本技能的过程同时成为学会学习和形成正确价值观的过程;加强课程内容与学生生活以及现代社会和科技发展的联系,关注学生的学习兴趣和经验,精选终身学习必备的基础知识和技能;改变过于强调接受学习、死记硬背、机械训练的现状,倡导学生主动参与、乐于探究、勤于动手,培养学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力,以及交流与合作的能力;改变课程评价过分强调甄别与选拔功能的倾向,积极发挥评价促进学生发展、教师提高和改进教学实践的功能.

《课程标准》是教材编写、教学、评估和考试命题的依据,是国家管理和评价课程的基础.它体现国家对不同阶段的学生在知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观等方面的基本要求,规定课程的性质、目标、内容框架,提出教学和评价建议.因此,命题者称职的重要条件之一就是必须对代表国家意志的《课程标准》了如指掌.

义务教育课程标准应适应普及义务教育的要求,让绝大多数学

生经过努力都能够达到,体现国家对公民素质的基本要求,着眼于培养学生终身学习的愿望和能力.普通高中课程标准应在坚持使学生普遍达到基本要求的前提下,具有一定的层次性和选择性,开设一些选修课程,以有利于学生获得更多的选择和发展的机会,为培养学生的发展能力、实践能力和创造能力打下良好的基础.

命题者必须是一线教师或关注教学第一线的教研人员,只有这样,命题者才可能有效命题,而不至于脱离实际地盲目命题,才可能被广大教师和学生认可.新课程改革倡导教师在教学过程中与学生积极互动、共同发展,处理好传授知识与培养能力的关系,注重培养学生的独立性和自主性,引导学生质疑、调查、探究,促进学生在实践中主动地、富有个性地学习.教师应尊重学生的人格,关注个体差异,满足不同学生的学习需要,创设能引导学生主动参与的教育环境,激发学生的学习积极性,培养学生掌握和运用知识的态度和能力,使每个学生都能得到充分的发展.命题者只有在了解教学新情景的基础上,才可能根据新颖的素材,创新地编制试题.

课程改革倡导建立促进学生全面发展的评价体系,要求评价不仅要关注学生的学业成绩,而且要发现和发展学生多方面的潜能,了解学生发展中的需求,帮助学生认识自我,建立自信;倡导发挥评价的教育功能,促进学生在原有水平上的发展.这就要求命题者在命题过程中,要对发现和发展学生潜能有帮助的素材给予特别关注.

教育部在其基础教育评价相关文件中强调,要完善初中升高中的考试管理制度,考试内容应加强与社会实际和学生生活经验的联系,重视考查学生分析问题、解决问题的能力;高中毕业会考改革方案由省级教育行政部门制定,继续实行会考的地方应突出水平考试的性质,减轻学生考试的负担;高等学校招生考试制度改革,应与基础教育课程改革相衔接,要按照有助于高等学校选拔人才、有助于中学实施素质教育、有助于扩大高等学校办学自主权的原则,加强对学生能力和素质的考查,改革高等学校招生考试内容,探索提供

多次机会、双向选择、综合评价的考试、选拔方式. 考试命题要依据《课程标准》, 杜绝设置偏题、怪题的现象. 教师应对每位学生的考试情况做出具体的分析指导, 不得公布学生考试成绩, 更不得按考试成绩排列名次.

## 第四节 数学命题的价值取向

数学命题的价值取向从某种意义上说与数学评价是同质的, 了解评价的价值取向对把握命题的价值取向至关重要. 理想的教育应是尊重个性, 尊重个体差异, 实施因材施教, 使学生学会做人, 学会生存, 学会求知, 学会发展的教育, 越来越多的数学教育工作者在这一点上达成了共识. 相应地, 评价不是完成某种任务, 而是一种持续的过程, 一种不同于教与学的过程; 评价被用来辅助教育, 它是教与学主要的、本质的、综合的一个组成部分, 贯穿于教与学的每一个环节; 评价提供的是强有力的信息、洞察力和指导, 旨在促进发展.

评价的基本目标是为了教育学生, 促进学生发展, 而不是为了检查学生的表现. 评价是学习的动力和源泉, 它是为学习、为人的发展服务的, 其目的在于提高学习的效率. 评价应体现以人为本的思想, 建构个体的发展; 要关注个体的处境和需要, 尊重和体现个体的差异, 激发个体的主体精神, 以促使每个个体最大可能地实现其自身价值.

新理念下的学生评价, 其核心在于建立学生发展性评价新体系, 包括促进学生发展的评价体系. 发展性评价体系除了要发挥基本的检查功能和固有的选拔、筛选功能以外, 更重要的是要发挥评价的反馈调解功能、展示激励功能、反思总结功能、建立成长功能以及积极导向功能等多种功能.

基础教育考试也是发展性评价的重要部分, 发展性评价的性质决定了考试命题的导向也应具有鼓励性、发展性. 命题者应把考试

看成是收集和分析数据且与评价过程同等重要的过程,重视命题过程本身蕴涵的评价新思想,这些新思想将随着评价具体的实施过程渗透到新课程改革的其他各个环节,通过明确改进要点并指定改进计划对教学方式的转变,从而有助于建构出促进教师、学生、学校发展的模式与框架。

我国中、高考具有特殊性(以水平考试为主要功能,同时兼顾选拔功能),且其分数呈现方式也并非考试理论所研究的常模参照性考试之标准分,如何评价目标还是一个相对不够成熟的话题。同时,我国的考试评价不局限于纯知识、技能、方法层面,还包括过程、情感、态度、价值观领域,又由于命题从某种角度来说受考生原始分数的局限(不能使得考生成绩过低),所以了解学情是非常必要的,这样就可以根据学生实际情况,运用和完善命题技巧,以使命题达到预期的评价目标。

试题教育功能的强弱应被放在判别其质量高低的首位。有些人对试题和试卷的教育功能可能很不以为然,但是值得强调的是,获得命题管理人员任职资格的首要条件就是要具备对国家相关考试政策的执行能力,作为命题教师也必须要严格执行国家的相关考试政策。



## 第二章

# 数学命题的一般原则与发展趋势

### 第一节 数学命题的一般原则

从宏观上来讲,数学试题命题应遵循如下三项基本原则.第一,公平、公正原则.命题者在设计试题、试卷的时候,首先要考虑公平、公正原则.高考是常模参照考试,也就是选拔考试,考生、特别是广大农村的考生要通过高考改变自己的社会地位和经济地位,这是无可指责的.中国的高等教育发展和国民对高等教育的需求还有很大的差距,在目前的情况下高考的公平、公正是十分重要的.第二,区分度原则.中、高考数学评价有许多量化的质量指标:试题、试卷的难度值、标准差、信度、分半信度、区分度等等,相对重要的是区分度,对高考而言,尤其是如此——高考就是要将不同水平的考生区分开,以便于各类高等院校录取.第三,支持课程改革原则.中、高考要支持目前正在实施的高中课程改革,确保课程改革的基本理念、价值取向和目标等在中、高考试题中得到充分的体现.无论是数学题目的设置,还是试题的指向,包括情景的设置都应体现课程改革的基本精神.

严格意义上讲,对整卷的评价必须先分析其结构是否合理,再研究每道试题的科学性、新颖性等.这种从宏观到微观的评价方式可以保证试题的大方向不偏离正确的方向,具体细节考虑周全.由

于没有经过严格命题培训的教师很难把握这些,因此较为普遍的做法是:由经验丰富的命题组长从对试卷整体结构的把握,到每个细微处的推敲均负担主要责任;新命题教师在具体题目命制中提出设想,编制试题,协助、跟进把握结构.因此,对新命题教师而言,必须先理解结构,再从每一个单独试题入手.对于一道具体的试题而言,命题教师需要思考三个方面的问题:首先,这道试题将考查学生的什么知识技能、思想方法、能力特征等,即通常所说的“这道试题考查什么?”.其次,这样的考查目标能否达成,即“试题能否科学有效地完成命题者的考查意图?”.最后,作为考试的题目,如何体现其对于学生学习的价值,如何体现考试的公平性和对教育教学的导向性以及会带来怎样的社会效应等.

教师在命制试题时必须考虑以下几个主要方面.

### 1. 考查目标的合理性

考查目标的合理性主要表现为如下三个方面:首先,考查内容应紧密依据《课程标准》,重视对学生在知识技能、数学思考、解决问题能力和数学活动过程等方面发展状况的考查,应以“内容标准”为基本依据,不要随意扩展范围或提高要求.其次,作为学段的终结性考试,中考和高考应体现《课程标准》对初、高中毕业生的终结性要求,其要求应比较严格,而一般性联考只要体现《课程标准》中的阶段性要求即可.最后,考查目标应是核心的,具有基础性和发展性的内容.试题应考查《课程标准》中最基础、最核心的内容,即对所有学生而言,在学习数学和应用数学解决问题的过程中,最为重要的、必须掌握的核心观念、思想方法、基本知识和常用技能等.

一般而言,考试的结果既是确定学生是否达到某一阶段数学学科标准的主要依据,也是高一级学校招生的重要依据之一.为此,数学考试在着重考查学生是否达到《课程标准》所确立的数学学科标准的基础上,还可以对学生在《课程标准》所规定的数学课程目标方面的进一步发展情况进行评价,如对学生潜在学习能力等方面进行考查,就具有适度的发展性.

## 2. 试题的科学性、有效性

合理的考查目标,需要由具体的试题来体现,因而,试题的科学性及其设计的有效性自然是评价试题质量的一个重要标准. 试题的科学性包含两方面的含义. 一是试题本身是正确的、可解的,不具有科学性错误;二是试题表述简洁、明确、规范,图形准确,不存在歧义. 试题设计的有效性是指,试题设计应能完成命题的考查目标,命题教师应关注试题设计目标的一致性、可达成性等方面:试题设计应与其要达到的评价目标相一致.

## 3. 试题的教育性、实践性

一套试题的内容包含了对数学和数学教育的价值判断,不同时期的试题对数学的教育性有不同的要求,新数学课程下的数学试题应与时俱进地体现出时代特征,陈旧与僵化的技能、技巧以及与实际相离的一些数学应用问题都不应当再纳入试题范围. 在设置与实际相联系的数学问题时,一要注重真实性,使学生受到“处处有数学”的教育;二要注重试题背景的选取,应以具有正面教育影响的背景为主,特别是要选取学生能感受到的有影响的背景,这样可以提高考试的思想教育价值.

新课程下的数学教科书在数学生活化方面给出了范例,使得教师与学生都对数学有了更全面的认识,看到了现实世界中的“数学有用”,也促使考试试题突出了实践性的特征. 命题教师要注意避免凡涉及实际问题都是难题现象的出现,适当编制一些简单的实践题以激发学生的兴趣.

## 4. 选材的生活化、现实性

教会学生如何在生活中应用数学是现代数学教育的发展趋向,从各种形式的情景中获取信息也是学生适应现代社会必须具备的能力. 选拔性试题要从突出数学化的目标出发,从社会现实问题中选材,题目中的数据要真实可信,题目中涉及到的数学知识和方法在今后的实际生活和继续学习中应能用到.

## 第二节 数学命题的继承与创新

在体现课程改革创新理念,遵循试题“相对稳定,重点突出,稳中有变,变中求新,适度创新”的基本思路的前提下,初、高中阶段的数学命题应与时俱进,创造性地将《课程标准》所倡导的新思想、新观点、新理念融于命题之中,努力研发一些融知识、方法、思想、能力和素质于一体的背景新颖、内涵深刻、富有新意的原创题型,以使数学的文化性、应用性与理论性能有机结合,并相互渗透,从而真正考查出考生的学习潜能和个性品质状况。

近年来,数学命题中继承传统并发展新理念的亮点较多,主要有:

1. 让学生体会蕴涵在数学知识中的数学思想方法,感悟数学本质,“能力立意”的试题越来越多;
2. 考查对“数学的理解”和思辨能力的试题逐渐增多;
3. 在知识网络交汇点上,设计情景新颖、综合性强的能力型试题有所增加;
4. 考查对数学概念、数学规律、数学模型理解的正确性,要求对数学问题推理过程的合理性作出评价,以获得正确感知与理解的一类试题有所增加;
5. 体现新增数学知识试题的比重加大,如近年高考中出现的以向量、导数、算法等新增数学知识为载体的试题;
6. 考查数学文化、数学价值、研究性学习等方面,灵活新颖、立意深刻又富有启迪性和探索性的原创试题逐渐增多。

数学思想方法是数学的精髓,它蕴涵于数学知识发生、发展和应用的全过程,对它的灵活运用,是数学能力的集中体现.从某种角度来看,原创试题的新颖性对学生而言,具有一定的难度,它是考查学生数学思想方法的较好平台.这就要求教师在平时教学时,注意



引导学生改变学习方式,提高学生的数学素质;让学生体验学习过程,加深对知识内涵和基本方法的理解,使学生有效把握数学的本质,善于从数学角度发现问题,并主动积极地分析、探究、交流、实践,从而提高分析问题和解决问题的能力.

新教材中的新增数学知识丰富和完善了中学数学中的数学思想方法,进一步拓宽了知识的应用空间,它将会是原创试题的重要来源.对新增数学知识的考查,如通过向量运算,定量研究空间(或平面)图形的位置或数量关系问题;通过求导数,解决曲线的切线问题、瞬时速度、加速度等问题;通过算法,科学有步骤地解决某一类问题等,诸如此类试题的出现可以更好地引导教学行为沿着科学合理的发展方向发展.



*Di Er Pian* 第二篇

## 谋 划 篇

新 知 识  
PDG

## 第三章

# 数学命题前的准备与培训

### 第一节 数学命题前的培训

从本篇开始,本书所讨论的数学命题均是以大规模数学考试,特别是中考为背景而展开的,了解此类大规模考试的命题要求和具体做法,对提高广大教师的数学综合素质是大有裨益的.

大规模考试命题工作的展开以命题、审题小组的成立为标志.命题、审题小组的成员应以骨干教研员和一线优秀教师为主,且审题人员和命题人员必须分开.在条件允许的情况下,可以考虑抽调一些人员试做试题,以加强对自编创新型试题的审查纠错力度,保证原创题的科学性和合理性.

应确保抽调命题人员具有普遍的代表性,不能全部抽调重点中学的教师或全部抽调薄弱学校的教师.抽调的不同层次的命题人员应彼此配合,相互协调,只有这样,才能保证命制的试题尽可能地照顾到不同层次的考生.

命题组织单位要创造良好的工作环境,确保命题教师能够心情顺畅地、全身心地投入命题工作中.为了保证命题的客观、公平和公正,命题组织单位的管理人员原则上不能打听命题内容,也不能干预命题工作的具体细节,他们必须特别加强学科的组间管理,落实复审和试评制度.

考试的命题与审题应通过制度创新来体现公平、公正,应实行严格的诚信制度、监督制度和监控评估制度等,以杜绝命题工作的失误.同时,各级教育行政部门应提供组织保障,并进一步采取有效措施保证优质命题素材资源,以为高质量的命题创造条件.

考试命题前的培训十分必要,其主要目的在于统一命题思想,明确命题目标,并使命题人员达成共识.无论是命题经验丰富的教研员还是初次命题的一线教师,他们都必须明确命题、审题的基本程序和要求,遵守科学的命题、审题制度,只有命题、审题的队伍培训与建设工作落到实处,才能保证命题工作有一个良好的开端.

大规模数学考试命题前的培训,应具体落实以下制度:

1. 诚信机制.参与命题、审题的有关人员,要签订诚信协议和保密合同并建立诚信档案;命题组织单位的管理人员要采取有效措施,督促有关人员严格履行诚信责任和义务.

2. 监督制度.纪检监察、教育行政等部门应对大规模考试命题的组织、印刷、运输等环节进行监督,实行领导责任制.同时,还应采取相应措施,实行社会监督.

3. 监控评估制度.教育行政部门要全程监控命题工作的进程,充分了解相关情况,对出现的问题要及时予以处理,对不符合考试命题和考试管理要求的人员,应责令其退出命题场所.

## 第二节 数学命题的初步开始

大规模考试的命题工作犹如一场没有硝烟的战争,以下本文将以战争作类比来描述命题工作.命题人员已经集中,相当于参战人员已经集合.战争开始之前,战前动员与参谋长联席会是一定要开的,同样,命题开始之前,必须统一命题人员具体学科的命题理念,并使他们了解学科考试的性质和考生的基本情况.

“磨刀不误砍柴工”形象而深刻地道明了在做任何一件事情之

前,应当做好相应的准备工作;“知己知彼,百战不殆”指明了要想打好数学命题这场战役,必须了解学情、考情,当然,此处并没有将考生当作敌人的意思,而是说命题人员应把他们当作必须慎重对待的重要对手,若忽视他们的具体情况,命题工作必然会因麻痹大意而出错.近年来,因命题出错而导致的被动局面时有发生,所以有一种观点认为,命题属高危职业,命题人员的命题经历与士兵在战场上冲锋陷阵的经历类同.

命题组准备命题的第一阶段为数学命题的初步酝酿阶段,以下将介绍这一阶段的主要工作内容.

## 一、在学习、编写、思考中提升命题理念

每份数学试卷都反映了一定的命题理念,每道试题都包含着特定的命题意图.命题者能否命制出具有高水平和高质量的试题,关键取决于命题者持有什么样的命题理念,只有以新课程的命题理念作指导,才有可能编写出理想的数学试题.命题者应摒弃“以知识立意为主”的命题思想,不要过于强调知识点的覆盖,要注意转变为“以能力立意为主”.具体而言,以下几个方面体现了新课程理念对命题的影响.

1. 在注意“三基”考查的同时,重视数学基本能力与思维品质的考查;
2. 在注意科学、规范、適切性的同时,重视形式的优美、内容的和谐及对学生的人文性关怀;
3. 在注意数学应用的同时,重视试题的开放、探索与创新;
4. 在注意测评功能的同时,重视试题的价值与发展功能.

这就要求命题组成员必须在新课程理念的指导下,大胆探索、勇于实践、不断反思、逐步提高命题能力.

新课程理念在数学(中考)命题实践中的指导作用还体现在如下方面:

1. 中考数学的根本目的是进一步促进全体学生的发展,而不仅

仅是甄别学生的发展水平,划分等次。

2. 中考数学的基本内容是《课程标准》中所规定的基本知识、基本技能与重要数学思想方法,数学思维活动过程、数学思维方法与数学思维能力,以及数学态度与价值观,三者不可或缺。

中考数学应当着重考查学生已经知道了什么,达到了什么水平,而不是考查学生目前不知道什么。这就要求命题者必须从《课程标准》所规定的内容和学生实际出发来选取素材、设计问题,所选取的素材与设计的问题应当是学生能够理解并能求解的,重点应放在重要而有价值的数学内容上。

如果从“考查学生目前不知道什么”出发来设计问题,则命题者可能会在如何考倒学生、难倒学生上下功夫,这样既偏离了课程的基本考查目标,又脱离了学生实际,因而是不可取的。同时,考查的重点不应是知识的简单再现与技能的重复操作,而应是对知识与技能的理解与灵活运用,因此,应适当选择学生所能理解的学习实际、生活实际与社会实际方面的内容作为试题的题材。

3. 中考数学试题的题型应当多样化,应当有效发挥各种题型的功能,不仅要充分发挥证明题、计算(求解)题等传统题型的功能,更要发挥探索题、信息分析题等新题型的功能。

命题组成员对新课程理念的认识是有层次的,具有不同层次认识的命题者编制出的试题必然风格迥异,水平不一。因此,在命题工作的准备阶段,命题组成员首先必须审视自己的命题理念,用心研读《课程标准》及相关文章,同时,还应经常与人交流,向专家请教,并在实践中认真思索,反复思索,不断修正认识,提高认识。学是基础,思是关键。学为思提供了素材与借鉴,思则有利于提升水平和素养,形成自己的观点。学思结合,才能迅速地提升自己的命题理念。

## 二、在分析、反思往年试题的成功与不足中借鉴

要命好当年的中考数学试题,命题组成员必须带着兼收并蓄的态度,对往年,尤其是最近三年内的中考数学试题的实际考试效果

作深入细致的分析,所形成的分析结论必须是命题组各成员集中讨论的结果,而不能是个人的主观臆断或小团体的一孔之见.只有这样才能较全面地了解情况,保证结论的客观性和真实性;只有这样才能做到兼听则明,才能客观地评价往年的数学中考试卷,从而获得改进命题工作的重要参考信息.

命题组织单位应提供往年各学科试卷的评价统计数据,以使命题组成员能对往年的学生学科考试情况有一个全面的了解,并以此为依据,调整自己根据试卷理解而作出的评分预测估计.在命题组考试情况分析会上,命题组成员还应分析各自预估与实际差异产生的原因,命题组长应对此进行特别记录,在随后的第二阶段——命题的调整与修改阶段,命题组应重点关注这些方面.

命题组成员必须统一思想,就试题如何有利于学生发挥水平?试题如何对初中数学教学起到良好的导向作用?试题如何从总体上符合实际?试题的难度立意是否恰当?试题的目标达成度如何?易、中、难试题的分值比例是否适当?等问题达成共识,只有这样才能避免命题工作开始后,命题组成员之间仍存在较多的观点争执和不必要的争吵.

### 1. 难度信息

难度信息的获得主要有两条途径:一是进行抽样分析(或总体分析),二是由教师反映.在获得试题的难度信息后,命题组就要认真分析造成过难或过易的原因,以为当年的命题提供重要参考.

难度(通常指得分率)是决定一份试卷能否被广大数学教师与学生所接受、能否被社会所认同的主要因素,一般来说,教育行政部门出于稳定的需要,会提出较为统一的得分率或平均分指标.难度不是决定试卷水平的绝对因素,但出于照顾考生心理承受能力方面的需要,通常也将其作为衡量一份试卷质量高低的重要指标.事实上,难度反映了试卷受实践检验的客观效果,它应成为中考命题所要考虑的重要因素.

对于来自薄弱学校的命题教师而言,由于他们了解自己学校学

生的学习水平,知道试题难度带给学生的各种影响,特别是心灵上的较大而深刻影响,更知道试题难度给学校评价带来的重大影响,因此他们会十分关注试题的难度.另一方面,来自重点学校的命题教师在创新观念的指导下,往往会忽视难度而力求别出心裁.如果他煞费苦心地编制了一道富有创意却偏难的题目,那么他往往难以割舍或放弃.有些试题,本来对学生来讲有一定难度,但由于命题者反复解答几次后就轻车熟路了,于是在对该题难度作预估时,重点学校的教师就难以作出客观的评价,这样,命题成员之间或者命题者与审题者之间就会产生激烈的思想和观念的碰撞.他们一方看重创新而忽视难度,另一方则强调稳定,要求降低难度,由此就形成了强烈的反差.这时,命题组长应当更多地从服务于学生、有利于学生增强自信的角度出发,从尊重薄弱学校教师们的意见出发,适当修改甚至拿掉该题.

## 2. 阅卷反馈与评价信息

往年的阅卷反馈信息也是极宝贵的信息源,一般而言,由于命题者通常要在短短的十多天中完成试题编制和参考答案、评分标准的制定工作,因而难免存在疏漏之处,即使命题者的命题时间很充裕,由于思维的局限性,他们要做到毫无遗憾也是相当不容易的.试题一旦公布,就要开始接受几万乃至几十万学生和成千上万的教师们的检验,同时,学生与教师们的解答将会大大丰富命题组对试题和答案的认识,即使是来自学生的各种错误信息,也是命题组了解教学现状、了解学生、研究学生和反思试题的极好材料,它有可能反映出教学中所存在的普遍性问题,抑或反映出学生普遍性的思维水平,抑或反映出试题脱离了学生的实际,等等,这些都是需要加以认真分析与研究的.

在制定评分标准时,限于版面,一般所给出的解答都应是典型的、常见的.如果试题有多种解法,那么首先要给出关键性的答案,其余部分则要根据版面情况及其重要程度来考虑是否要放到参考答案中.一般而言,提供参考答案和制定评分标准应同时进行,命题



组还应在参考答案后面注明解法不同但解答正确可参照评分的说明.当然,命题组在制定评分标准时,可能没有想到重要的参考解答,这通常可以在将来制定评分细则时通过试评来加以完善.命题教师一般也参与过阅卷,无论是否是参与当年的阅卷,命题教师都应有意识地去了解最后的评分细则,以加深对命题的反思,形成更全面的认识.

中考数学试题公布后,从整份试卷到其中的每一道题目都会受到教师们的极大关注与“评头论足”,这就为新一年的命题工作提供了极为丰富的、有价值的信息,这些都是命题者和命题组织单位所要重视并需要认真研究的内容.通过收集来自一线教师们的真实意见并进行冷静地思考,进而得出应该扬弃之处,是命题者所应具备的基本素质.

### 3. 审题组审查意见

命题组织单位应提供近年命题过程中的试题审查意见.试题审查通常由专家组提出,他们提出的意见往往专业性特别强,科学性、合理性和适用性也较好.审查意见是试卷初稿与定稿之间的桥梁,命题者应把其中的改进建议作为参考,重新审视已编制的初稿.在查看近年试题的审查建议时,命题教师首先要思考,其次要分析,只有这样,才能识别出其中的中肯建议并加以借鉴.由于审查组的教师多是从自己的教学实际与学生实际这个特定角度来观察问题的,他们对试题的评价也可能会有偏颇之处,因此,命题组长可将命题组成员的保留意见进行汇总、梳理,并做好细致的分析与研究工作,它们应成为今后命题工作重点关注的内容.

## 三、在交流调研中了解教学实际

中考命题组织单位通常需要提前安排可能入围命题组的教研人员、评价研究工作者参与深入到不同类型的学校的调研,调研时间一般为中考命题前的1—2个月.被调研的学校应具有代表性,既要有城市重点中学与普通中学,又要有乡镇中教学水平较高的中学

和教学水平相对较低的中学;既要有教育发展水平较好地区的学校,又要有教育发展水平相对较弱地区的学校.调研任务主要有五个方面:一是听取对近年试题的评价意见,分析考试效果与当时命题的设想有多大差距,其中的原因是什么;二是征求今年的中考命题意见,看教师们有什么好的想法与建议;三是与教师们共同探讨中考命题改革、教学改革以及二者的关系问题,提升考试评价对教学指导的针对性;四是借调研之机,宣传新课程理念与评价理念,探求新课程理念与评价理念的实践途径;五是亲身了解并感受学生的基础与愿望,听取学生的呼声与意见.

这种调研与考试刚刚结束后与教师的随机交流有所不同:考试刚刚结束后听到的更多的是教师对本地试题第一印象的评价,更多的是教师基于学生的解答所作出的带有一定情感性的评说,更多的是对“未来时”的描述.一般而言,教学经验丰富又有一定研究经验的教师们的意见更为可贵,调研者对他们提出的意见要格外尊重.应当说,这两种方式所收集到的意见有一种互补或印证的作用,这两个环节都是需要的.命题组成员可以将各自了解到的考生情况与组内的其他教师进行充分地交流,以使命题组的每个成员都能对参加考试的学生的基本状况有一个清晰的认识,这也是提高命题针对性和质量的非常重要的环节.

#### 四、在比较研究中借鉴他人经验

作为一名优秀的、有责任感的命题工作者,自当学习、借鉴他人的成功经验,不断改进自己的命题工作,提升自己的命题水平.当然,这种学习不是一种简单的模仿与移植,而是揣摩、推敲、领会他人选取素材的途径、设计问题的思路、观察问题的角度、创新立意的策略与方法等.

一些在杂志上发表的结合作者自身的教学经验对整份试卷或某道试题得失原因进行分析的高水平论文,无疑是一种非常有价值的信息源.其对试题不足之处的责难或与命题者商榷的问题以及由

一题引出的思考等,都应引起命题者足够的重视.这些都是命题者应该关注的重要信息,也是他们命题时需要注意的事项.尤其是错题的成因及其背景,它们更是命题者应该首要关注的宝贵信息,以此为鉴,才能减少编制错题的几率.总之,命题者应以一种审视的态度对待他人的工作,合理地吸收,不盲目地照搬照抄.同时,命题者还应对近几年的中考数学试题进行纵向和横向的比较研究,以培养自己的命题水平,进而形成自己的命题特色.

## 五、在纷繁的资料中提取素材

在命题之前,命题组的教师通常会学习他人的经验,总结、反思本地命题的得失,然而,作为命题者或命题研究工作者,更重要的是要经常留意与命题有关的信息,养成随时随地思索的习惯.例如,命题者可以从报纸中,从网上,从与别人的谈话中,从听课中,从专著的阅读中,从实际生活中,从游戏中,从旅途中等,发现有价值的命题素材,集之存之,选而思之.搜集命题素材的另一个途径是,到书店或图书馆,按照自己寻找素材的目标,寻找对于命题有价值的、市面较少见的参考书,将其作为命题时的参考材料,但切忌照搬照抄.

从时间上来说,命题前的准备工作可以分为两个阶段:《中考说明》的制定阶段与命题前的准备阶段.每个命题单位,通常在初三(或九年级)下学期开学前都要公布本地区的《中考说明》.《中考说明》规定当年中考命题的指导思想、内容要求、题型分布、试卷结构、题量多少、分数分配、难度指标等方面的内容,并提供样题或样卷.它规定并决定了中考命题的范围和要求,指出并指明了考试改革的基本方向,因此,对于《中考说明》的制定,命题组要给予高度的重视.它通常是在前一年《中考说明》的基础上,根据教育部关于中考命题改革的精神,按照新课程评价理念的总体要求,结合当地实际,总结分析前一年的考试情况,综合考虑各方意见和各种因素所形成的.命题的准备工作则更多地集中在做好调研,进一步学习《课程标准》,反思本地往年试题,分析研究各地试题,独立思考与搜集有用

素材等方面上,同时,还要逐渐使《中考说明》中的内容、观点与精神更加清晰化、明晰化、具体化。

在正式进入命题组工作前,教师不可也不必对有些素材进行过细的思考,而应将主要精力放在思路的分散、联想上,同时,不必过早固定思路,过早成形,也不必过早地确定中考试题的材料,以免降低教师进一步发现新材料的可能性,或者教师在一个不经意的场合、自己未意识到的情况下,泄漏了某些重要信息——这是断然要避免的事情,否则这将导致不得不放弃难得的命题素材,或可能造成后悔莫及、无法弥补的后果。

### 第三节 研读考试纲要和考试说明

进入命题程序后的重要环节就是研读考试纲要和考试说明,这两个文件是命题的纲领性文件,它们提出了明确而具体的考试命题要求,为命题者更有针对性的进行科学规范地命题提供了保证. 为方便对命题具体细节的刻画和对知识点覆盖及能力要求的阐述,本书将列出 2009 年芜湖市的考试纲要,以供参考。

#### 2009 年芜湖市课改试验区初中毕业数学学业考试纲要

本纲要是依据教育部颁发的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《标准》)的有关内容制定的,是初中毕业数学学业考试命题的重要依据。

##### 一、考试的性质与总体目标

初中毕业数学学业考试是义务教育阶段数学科目的终结性考试,其目的是全面、准确地评估初中毕业生达到《标准》所规定的数学学业水平的程度. 考试的结果既是确定学生是否达到义务教育阶段数学学科毕业标准的主要依据,也是高中阶段学校招生的重要依

据之一.为此,数学学业考试应首先着重考查学生是否达到《标准》所确立的数学学科毕业标准,在此基础上,还应当重视评价学生在《标准》所规定的数学课程目标方面的进一步发展情况.

数学学业考试应体现数学课程的总体目标,即“使学生能够:获得适应未来社会生活和进一步发展的数学知识、数学活动经验、基本的数学思想方法和必要的应用技能;经历探究数学的活动过程,获得抽象思维、形象思维与推理能力等方面的发展;初步学会运用数学的思维方式观察、分析、解决日常生活中和其他学科学习中的问题,发展应用数学的意识;体会数学与自然及人类社会的密切联系,增进对数学的理解和学好数学的信心;具有初步的创新精神和实践能力,在一般能力和情感态度方面都能得到发展”.

## 二、考试内容和要求

学业考试内容和要求的确定依据《标准》,不依据任何一种版本的教材.本纲要分别对“知识与技能”、“数学活动与思考”、“解决问题”及“情感与态度”四个方面的考试内容和要求进行了阐述.

### (一) 知识与技能

知识与技能考查的主要内容是:了解数的意义,理解数和代数运算的意义、算理;能够合理地进行基本运算与估计;能够在实际情境中有效地使用代数运算、代数模型及相关概念解决问题;能够借助不同的方法探索几何对象的有关性质;能够使用不同的方式表达几何对象的大小、形状和相对位置关系;能够在头脑里建构几何对象,进行几何图形的分解与组合,能对某些图形进行简单的变换;能够借助数学证明的方法确定数学命题的正确性;正确理解数据的含义,能够结合实际需要有效地表达数据特征,会根据数据结果做合理的预测;了解概率的基本涵义,能够借助概率模型或通过设计具体活动解释一些事件发生的概率.

知识与技能考查的目标要求分为四个层次,本纲要对它们进行了不同的刻画,这些层次的涵义是:

(1) 了解(认识)( $a_1$ ):能从具体事例中,知道或能举例说明对象的有关特征(或意义);能根据对象的特征,从具体情境中辨认出这一对象.

(2) 理解( $a_2$ ):能描述对象的特征和由来;能明确地阐述此对象与有关对象之间的区别和联系.

(3) 掌握( $a_3$ ):能在理解的基础上,把对象运用到新的情境中.

(4) 运用( $a_4$ ):能综合运用知识,合理地选择与运用有关的方法完成特定的数学任务.

具体的考试内容和要求由如下表格列出:

### 1. 数与代数

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
有理数	1. 有理数的概念				
	(1) 有理数的意义、数轴、相反数、绝对值等概念		✓		
	(2) 有理数大小的比较		✓		
	2. 有理数的运算				
	(1) 有理数的加、减、乘、除、乘方运算			✓	
	(2) 有理数的混合运算			✓	
	(3) 很大的数与很小的数			✓	
实数	3. 数的开方				
	平方根、算术平方根、立方根的概念	✓			
	4. 实数				
	(1) 无理数、实数的概念,实数与数轴上的点一一对应	✓			
	(2) 用有理数估计无理数的大致范围		✓		
	(3) 近似数与有效数字		✓		
	5. 二次根式				
	(1) 二次根式的概念	✓			
	(2) 用二次根式的加、减、乘、除运算法则进行实数运算(不要求分母有理化)		✓		

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
代数式	6. 代数式 (1) 用字母表示数的意义、代数式 (2) 代数式的值 (3) 代数式的实际背景或几何意义		✓ ✓ ✓		
	7. 整式 (1) 整式的概念 (2) 整式的加、减运算 (3) 整式指数幂的意义和基本性质 (4) 乘法公式 (5) 科学记数法 (6) 整式的乘、除运算(多项式乘法仅限于一次式相乘)	✓ ✓	✓	✓ ✓ ✓	
	8. 因式分解 (1) 因式分解的意义 (2) 提取公因式法 (3) 公式法(直接用公式不超过二次)	✓		✓ ✓	
整式与分式	9. 分式 (1) 分式的概念 (2) 分式的基本性质 (3) 约分与通分 (4) 分式的加、减、乘、除运算	✓	✓ ✓ ✓	✓	
	10. 方程与方程组 (1) 用观察、画图等手段估计方程的解 (2) 一元一次方程的解法 (3) 简单的二元一次方程组的解法 (4) 可化为一元一次方程的分式方程的解法(方程中的分式不超过两个) (5) 简单数字系数的一元二次方程的解法(公式法、配方法、因式分解法) (6) 列方程(组)解应用题	✓		✓ ✓ ✓ ✓ ✓ ✓	
	方程与不等式				

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
方程与不等式	11. 不等式与不等式组				
	(1) 不等式的意义	✓			
	(2) 不等式的基本性质	✓			
	(3) 简单的一元一次不等式的解法			✓	
	(4) 两个一元一次不等式组成的不等式组的解法			✓	
	(5) 在数轴上表示不等式(组)的解集			✓	
	(6) 列不等式(组)解简单的应用题			✓	
函数	12. 函数及其表示				
	(1) 常量、变量的意义	✓			
	(2) 函数的概念和表示方法	✓			
	(3) 简单实际问题中的函数关系			✓	
	(4) 简单的整式、分式和实际问题中的函数自变量取值范围		✓		
	(5) 求函数值		✓		
	(6) 对变量的变化规律进行初步预测		✓		
	13. 一次函数				
	(1) 一次函数的意义			✓	
	(2) 一次函数的表达式			✓	
	(3) 一次函数的图象和性质			✓	
	(4) 正比例函数		✓		
	(5) 根据一次函数的图象求二元一次方程组的近似解			✓	
	(6) 用一次函数解决实际问题			✓	
	14. 反比例函数				
	(1) 反比例函数的意义	✓			
	(2) 反比例函数的表达式			✓	
	(3) 反比例函数的图象和性质			✓	
	(4) 用反比例函数解决某些实际问题		✓		



(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
函数	15. 二次函数				
	(1) 二次函数的意义	✓			
	(2) 确定二次函数的表达式(通过对具体情境的分析)			✓	
	(3) 二次函数的图象和性质			✓	
	(4) 确定二次函数图象的顶点、开口方向和对称轴			✓	
	(5) 用二次函数的图象求一元二次方程的近似解			✓	
	(6) 方程、不等式、函数的联系	✓			

## 2. 空间与图形

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
图形的认识	1. 点、线、面 点、线、面的认识	✓			
	2. 角				
	(1) 角的概念及表示	✓			
	(2) 角的度量与计算		✓		
	(3) 估计、比较角的大小		✓		
	(4) 计算角度的和与差		✓		
	(5) 角的平分线及其性质	✓			
	3. 相交线与平行线				
	(1) 补角、余角、对顶角的概念	✓			
	(2) 垂线、垂线段,点到直线的距离	✓			
	(3) 线段垂直平分线及其性质	✓			
	(4) 用三角尺或量角器画直线的垂线		✓		
	(5) 平行线的概念,两直线平行的条件、平行线的性质			✓	

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
图形的认识	(6) 用三角尺和直尺过直线外一点画这条直线的平行线		✓		
	(7) 两条平行线之间的距离	✓			
	(8) 度量两条平行线间的距离		✓		
	4. 三角形				
	(1) 三角形的有关概念	✓			
	(2) 画三角形的角平分线、中线和高		✓		
	(3) 三角形的稳定性及其应用	✓			
	(4) 全等三角形有关概念	✓			
	(5) 两个三角形全等的条件			✓	
	(6) 等腰三角形的有关概念	✓			
	(7) 等腰三角形的性质和一个三角形是等腰三角形的条件			✓	
	(8) 等边三角形的概念	✓			
	(9) 等边三角形的性质			✓	
	(10) 直角三角形的概念	✓			
	(11) 直角三角形的性质和一个三角形是直角三角形的条件			✓	
	(12) 勾股定理			✓	
	(13) 勾股定理的逆定理			✓	
	(14) 三角形中位线的性质			✓	
	5. 四边形				
	(1) 多边形的内角和与外角和	✓			
	(2) 正多边形的概念	✓			
	(3) 四边形的不稳定性	✓			
	(4) 平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念		✓		
	(5) 平行四边形、矩形、菱形、正方形之间的关系	✓			
	(6) 平行四边形的性质和四边形是平行四边形的条件			✓	
	(7) 矩形、菱形、正方形的性质和四边形是矩形、菱形、正方形的条件			✓	
	(8) 梯形的概念		✓		

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
图形的认识	(9) 等腰梯形的性质和四边形是等腰梯形的条件	✓			
	(10) 线段、矩形、平行四边形、三角形的重心及物理意义	✓			
	(11) 运用三角形、四边形、正六边形进行镶嵌设计			✓	
图形的认识	6. 圆				
	(1) 圆的有关概念		✓		
	(2) 弧、弦、圆心角的关系	✓			
	(3) 圆的性质			✓	
	(4) 圆周角与圆心角的关系、直径所对圆周角的特征	✓			
	(5) 三角形的内心与外心	✓			
	(6) 切线的概念	✓			
	(7) 切线与过切点的半径之间的关系			✓	
	(8) 切线的判定		✓		
	(9) 过圆上一点画圆的切线		✓		
	(10) 弧长及扇形面积的计算		✓		
图形的认识	(11) 圆锥的侧面积和全面积的计算		✓		
	7. 尺规作图				
	(1) 作一条线段等于已知线段			✓	
	(2) 作一个角等于已知角			✓	
	(3) 作角的平分线			✓	
	(4) 作线段的垂直平分线			✓	
	(5) 利用基本作图作三角形		✓		
	(6) 过一点、两点和不在同一直线上的三点作圆			✓	
	(7) 用自己的语言描述尺规作图的过程		✓		

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
图形的认识	8. 视图与投影				
	(1) 画基本几何体的三视图		✓		
	(2) 判断简单物体的三视图, 根据三视图描述基本几何体或实物原型		✓		
	(3) 直棱柱、圆锥的侧面展开图	✓			
	(4) 三视图、展开图在现实生活中的应用	✓			
	(5) 观察与现实生活有关的图片, 欣赏一些有趣的图形		✓		
	(6) 物体阴影的形成	✓			
	(7) 根据光线方向辨认实物的投影		✓		
	(8) 视点、视角及盲区的涵义	✓			
	(9) 在简单的平面图和立体图中表示视点、视角及盲区		✓		
	(10) 中心投影与平行投影	✓			
图形与变换	9. 图形的轴对称				
	(1) 轴对称的概念	✓			
	(2) 轴对称的基本性质		✓		
	(3) 作简单平面图形经一次或两次轴对称后的图形		✓		
	(4) 简单图形之间的轴对称关系			✓	
	(5) 等腰三角形、矩形、菱形、等腰梯形、正多边形、圆的轴对称性及其相关性质			✓	
	(6) 生活中的轴对称图形、物体的镜面对称	✓			
	(7) 利用轴对称设计图案		✓		
	10. 图形的平移				
	(1) 平移的概念	✓			
	(2) 平移的基本性质		✓		
	(3) 作简单平面图形平移后的图形		✓		
	(4) 利用平移进行图案设计		✓		
	(5) 平移在现实生活中的应用	✓			

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
图形 与 变换	11. 图形的旋转 (1) 旋转的概念 (2) 旋转的基本性质 (3) 平行四边形、圆的对称性 (4) 作简单平面图形旋转后的图形 (5) 旋转在现实生活中的应用 (6) 图形之间的变换关系(轴对称、平移、旋转及其组合) (7) 用轴对称、平移和旋转的组合进行图案设计	✓	✓	✓	✓
	12. 图形的相似 (1) 比例线段的基本性质 (2) 线段的比、成比例线段 (3) 黄金分割 (4) 图形相似的概念 (5) 相似图形的性质 (6) 相似三角形的概念 (7) 两个三角形相似的条件 (8) 图形的位似 (9) 利用位似将一个图形放大或缩小 (10) 利用图形的相似解决一些实际问题 (11) 锐角三角函数的意义 (12) 特殊角三角函数值 (13) 用锐角三角函数解决简单的实际问题	✓	✓	✓	✓
图形 与 坐标	13. 图形与坐标 (1) 平面直角坐标系的有关概念 (2) 画平面直角坐标系,点的位置与坐标 (3) 在方格纸上建立直角坐标系,描述物体的位置 (4) 图形变换与坐标的变化 (5) 用适当方式确定物体的位置	✓	✓	✓	✓

(续表)

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
图形 与 证明	14. 证明 (1) 证明的必要性 (2) 定义、命题、定理的含义 (3) 区分命题的条件和结论 (4) 逆命题的概念 (5) 利用反例证明一个命题是错误的 (6) 反证法的含义 (7) 综合法证明的格式与过程	✓	✓		
	15. 作为证明依据的基本事实 (1) 一条直线截两条平行直线所得的同位角相等 (2) 两条直线被第三条直线所截, 若同位角相等, 则这两条直线平行 (3) 若两个三角形的两边及其夹角(或两角及其夹边, 或三边)分别相等, 则这两个三角形全等 (4) 全等三角形的对应边、对应角分别相等			✓	
	16. 证明命题 (1) 平行线的性质定理和判定定理 (2) 三角形的内角和定理及推论 (3) 直角三角形全等的判定定理 (4) 角平分线性质定理及逆定理 (5) 垂直平分线性质定理及逆定理 (6) 三角形中位线定理 (7) 等腰三角形、等边三角形、直角三角形的性质和判定定理 (8) 平行四边形、矩形、菱形、正方形、等腰梯形的性质和判定定理			✓	

### 3. 统计与概率

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知识条目	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
统计 与 概率	1. 统计				
	(1) 数据的收集、整理	✓			
	(2) 抽样、样本	✓			
	(3) 统计图(条形图、折线图、扇形图)		✓		
	(4) 众数、中位数、平均数、加权平均数		✓		
	(5) 频数、频率的概念		✓		
	(6) 频数分布的意义和作用	✓			
	(7) 频数分布表和分布直方图		✓		
	(8) 用频数分布直方图解决实际问题			✓	
	(9) 数据的离散程度,极差、方差		✓		
	(10) 用样本估计总体			✓	
	(11) 根据统计结果作出合理判断			✓	
	(12) 设计简单的统计活动,检验某些判断				✓
	(13) 根据问题查找有关资料,获得数据信息, 对得出的结论发表自己的看法			✓	
(14) 用统计方法解决社会生活及科学领域中 的一些简单的实际问题			✓		
	2. 概率				
	(1) 概率的意义	✓			
	(2) 必然事件、不可能事件、不确定事件	✓			
	(3) 用列举法计算简单事件发生的概率			✓	
	(4) 根据要求设计简单的概率试验		✓		
	(5) 用频率估计概率		✓		
	(6) 用概率知识解决简单的实际问题			✓	

#### 4. 实践与综合应用

这一领域的有关内容和要求不单独列表,有关要求已渗透在前面三个领域之中. 考试中要注意考查学生对相关数学知识的理解,对数学知识之间的联系的认识和掌握情况,以及结合生活经验综合应用知识提出问题、探索问题、解决问题的能力.

## （二）数学活动与思考

数学活动与思考主要考查：学生在数学活动过程中所表现出来的思维方式、思维水平，对活动对象、相关知识与方法的理解深度；从事探究、证明等活动的意识、能力和信息等；在数感与符号感、空间观念、统计意识、推理能力、应用数学解决问题的意识和方法等方面的发展情况。具体包括：

（1）能够用数来表达和交流信息，能够使用符号表达数量关系，并借助符号转换活动获得对事物的理解；

（2）能够观察到现实生活中的基本几何现象，能够运用图形形象地表达问题、借助直观进行思考与推理；

（3）能意识到借助统计活动去收集信息是做出合理决策的一个的重要手段，根据数据信息能对它的来源、处理方法和由此而得到的推测性结论做合理的质疑，能够正确地认识生活中的一些不确定现象；

（4）通过观察、实验、归纳、类比等活动获得数学猜想，并寻求猜想的合理性，能使用恰当的数学语言有条理地表达自己的数学思考过程；在从事基本的观察、分析、实验、猜想和推理的活动中，能够有条理地、清晰地阐述自己的观点。

## （三）解决问题

解决问题主要考查的内容是：

（1）能从数学的角度提出问题、理解问题，并综合运用数学知识解决问题；

（2）具有一定的解决问题的策略；

（3）能合乎逻辑地与他人交流；

（4）具有初步的反思意识。

## （四）情感与态度

对于学生在情感与态度方面的目标要求，本纲要不单独列出，学业考试中将结合知识技能、数学活动与思考和解决问题等目标进



行渗透.

### 三、考试的形式与试卷结构

#### 1. 考试形式

考试采用闭卷笔试形式,考试时间 120 分钟,试卷卷面成绩满分 150 分. 学业考试的最后成绩采用等级或等级附分数的形式呈现,其中合格标准以《标准》的基本目标为依据,而其他等级标准由芜湖市教育局根据考试结果,参考本地教育资源情况具体决定.

#### 2. 试卷结构

##### (1) 考试内容分布

数与代数内容约占 50%;  
空间与图形内容约占 35%;  
统计与概率内容约占 15%.

##### (2) 考试要求分布

了解水平的试题占  $30\% \pm 5\%$ ;  
理解水平的试题占  $30\% \pm 5\%$ ;  
掌握水平的试题占  $20\% \pm 5\%$ ;  
灵活运用水平的试题占  $5\% \pm 5\%$ ;  
数学活动与思考及解决问题方面的试题共占  $15\% \pm 5\%$ .

##### (3) 试题类型分布

试题分选择题、填空题和解答题三种题型.

选择题是四选一型的单项选择题;填空题只要求直接填写结果,不必写出计算过程或推证过程;解答题包括计算题、证明题、应用题以及探索、开放性试题等.

三种题型的分布比例为:

选择题占  $25\% \pm 5\%$ ;  
填空题占  $15\% \pm 5\%$ ;  
解答题占  $60\% \pm 5\%$ .

##### (4) 试题的难度分布

容易题(难度为 0.8 以上)占 70%左右;

较难题(难度为 0.5~0.8)占 25%左右;

难题(难度为 0.3~0.5)占 5%左右.

通过对以上考试纲要的研读,命题人员应该对整体知识框架和命题要求的大致轮廓有所了解,在具体命制试题时,命题者对试卷内容和结构,特别是试卷知识点的分布和各领域的考查比重的安排都必须严格按照考纲进行.

## 第四节 了解试题评价分析指标

每位命题教师在命题前都必须对试题的分析指标有所了解.在刻画与描述命题质量的两类方法中,与定性方法相比,定量方法总能提供更多的信息.一般来说,可以反映中考数学试题质量的定量指标主要有试题的难度、区分度、信度、效度、合格率、优秀率、低分率等.

实践表明,一份中考试卷的整体难度应定在 0.60~0.70 之间.难度值过低(低于 0.55),则试题偏难,这会造成大量学生考试成绩不理想.这些学生可能会以一种失败与自卑的心态走上社会,这是数学教育工作者所不愿看到的.如果难度值过高(高于 0.75),那么试题过于简单,会使学生感到几乎不要做什么努力,就能取得好成绩,这样虽然多数学生高兴了,但是优秀学生的能力却得不到充分的展示,对优秀学生不公平,同时,这也不利于有效地促进全体学生的发展.整卷的难度分布是又一个值得认真加以研究的问题.一般而言,按照题号顺序,难度值从总体上应遵循由大到小的规律排布:试卷的入手题,难度值可在 0.90 以上,以使几乎所有的学生都有一个好的开始,有利于学生更好地发挥水平;试卷的压轴题(通常为 1~2 题),难度值可在 0.25~0.35 之间,一般不能低于 0.15,因为难度值低于 0.15 的试题,很可能就是一道废题,它不仅达不到考查的

目的,还往往会导致试题难度分布的不合理,或总体难度值偏低,这会给学生与教学带来消极的影响.

就区分度而言,一般认为,在常模考试中,区分度大于 0.4 的试题才是合格的试题,这是从选拔与区分的角度来说的,但从发展性评价来看,这一认识应当有所修正.对于试卷的入手题,因为本来就是打算将其作为送分题使用而不是作为区分之用的,因此从目标上来说,就不应当要求它有较高的区分度.更进一步说,为了使更多学生的书面考试成绩都在合格水平之上,就必须保证有相当数量的基本题、简单题,因而就有相当一些题目不要求有大的区分度.当然,任何考试,特别是带有一定选拔功能的考试,都应当有一定量的题目具有一定的区分度,因此也就有必要保证整卷的区分度在 0.40 以上.

任何测量都存在一定误差,物理测量如此,考试测量亦然.如果命题、阅卷等各项工作做得较好,那么误差就可能较小;反之,误差就可能较大.命题者必须特别防止由于不了解考生现状而命制出脱离实际的试题,从而导致产生系统性误差的现象,因为这将极大影响教育考试的权威性和形象.考试信度与效度是从不同角度描述考试成绩与真实水平误差情况的两个指标.信度反映多次考试结果的一致性程度,或者说一次考试所得的实际分数反映真实水平的可靠性程度.效度是指考试能否考查到所要考查的内容,是考试结果实现考查目标程度的指标.对中考而言,信度与效度都是至关重要的,它们的值都应在 0.80 以上.在命题时,命题者并无法计算信度和效度,只能从定性的角度对其进行分析.

试题的信度与下列因素有关:①试题的表达是否清晰易懂;②试题的内容结构是否合理,题目设置是否合理;③答题时间是否过紧,是否存在由于题目设计的原因,造成学生在非重要内容上耽误时间而影响了题目的解答;④试题是否整体过易或过难;⑤非开放性试题的评分标准是否合理,评分标准预见性是否良好;⑥对考生容易疏忽的地方是否有些适当的提示或提醒;⑦试题是否存在过

多不必要的文字而影响了整道试题的解答;等等.如果能够保证试题表述清晰,内容结构合理,题目设置恰当,解答时间比较充裕,不存在由于题目设计的原因造成学生在非重要内容上耽误时间而影响了题目解答的现象,难易适当,参考答案制定合理,在一些重要之处给予了学生适当的提醒,不必要文字的数量不多,就可以提高试题的信度;反之,就会降低试题的信度.

试题的效度与下列因素有关:①试题内容是否超纲(知识点可源于《标准》,而不拘泥于教材);②试题是否存在科学性错误;③试题在理解上是否存在歧义;④题型结构、分数结构是否合理(包括主、客观题分数的比重是否合适);⑤题型的选择是否恰当;⑥是否存在学生的解答方法与试题的考查目标偏离太远的现象;⑦是否存在偏题、怪题、陈题;⑧是否存在某个无价值的障碍而影响了对许多有价值内容的考查;⑨每道试题的考查目标是否是清晰的;⑩开放性试题的评分标准是否合理,是否体现了开放性试题的本意;等等.如果试题不超纲,表达无科学性错误,没有歧义,题型结构、分数结构合理,题型的选择适当,不存在偏题、怪题与陈题,不存在由于某个无价值的障碍而影响了对许多有价值内容的考查,每道试题的考查目标都是清晰的,开放性试题评分标准合理,且体现了开放性试题本意,这样,试题的效度就高;反之,试题的效度就比较低.

对于义务教育性质的区域性中考来说,数学总体的及格率(总分 150 分中 90 分以上的为及格)通常应不低于 60%,优秀率(总分 150 分中 135 分以上的为优秀)应不低于 15%,低分率(总分 150 分中 60 分以下的为低分)应不高于 15%.

## 第四章

# 数学命题的蓝图设计

### 第一节 设计双向细目表

当命题组成员通过培训,统一了思想,了解了考试性质,学习了相关文件,明确了各项指标,从宏观上认识了此次考试的目的和要求之后,命题工作就进入了具体实施阶段,实施的第一阶段是命题蓝图设计阶段.命题蓝图的设计包括题量、分数设计,题型分布设计,难度分布设计,知识与技能考查的分布设计,方法与过程考查的分布设计,情感与态度考查的分布设计等.

为了加强对过程与能力的考查,同时不给考生带来很重的心理负担,根据中学数学学科的特点,中考数学试卷题量一般不宜过大,以 24~28 道题为宜.其中客观题(这里指选择题)的分值比例一般不宜超过总分的 28%,如果客观题分值偏高,对过程与方法的考查则略显不足;一般而言,可适当提高最后两道题的分值,这将有利于引导教学在关注使学生打好基础的同时,注意培养学生灵活应用知识的意识,在培养学生的综合能力上下功夫.对一份良好的试卷而言,其题型应当是丰富多彩的,除了常规的选择题、填空题、计算题、作图题、证明题、综合题外,还应有开放题、探索题、阅读理解题、图表信息题、数学建模题等.这些题目在考查功能上各有优缺点,命题者在命题时应当搭配使用这些题型,并合理地赋予其分值.一般来

讲,题型与分数分布往往因各地习惯不同而有所差别,但要说明的是分数分布与题型分布应相对均衡,不宜赋予某一题型或某一试题过高的分数.同时,在难度值分布上,应遵循先高后低、平缓过渡的方式,以免一开始就难倒考生或破坏考生的心理,这可以使试卷在考查考生能力素质等方面发挥更好、更大的作用.

知识与技能考查的分布设计、方法与过程考查的分布设计、情感与态度考查的分布设计等,都应在试题双项细目表(知识点为一维,目标要求如了解、理解、掌握、灵活运用为另一维)中得到反映.命题双项细目表是用来具体指导每道试题命制的蓝图文件,对以知识立意目标的命题来说,它是非常有效的,但当以知识立意为主的命题让位于以能力立意或发展性立意为主的命题时,它的有效性就降低了.符合新课程理念的命题应是以能力立意为主的命题,它的命题蓝图应当是一个开放的、动态的、多维的基本构想,这个构想至少应包含四个维度:知识与技能;目标与要求;数学思考与问题解决;情感与态度等.需要强调的是,细目表中的内容通常不是一开始就能全部确定的,它往往是在命题过程中逐步调整,随着命题过程的完成而完成的.

在设计命题蓝图时,应遵循四条原则:①整体性;②层次性;③创新性;④可操作性.整体性是指从考查内容的知识领域到考查目标的各个方面,从试卷的质量控制指标到细目表的制定,从核心知识点的分布到难度分布等方面都要统筹兼顾,保持平衡.层次性是指试题难度应表现出明显的层次,无论是对知识与技能的考查,还是对过程与方法的考查都应由简单到繁杂,既要有对单一知识点与技能点的考查,也要有对多个知识技能点的综合考查;既要有对单项数学能力的考查,也要有对综合能力的考查,以有利于学生更好地发挥自己的水平,为他们营造出好的考试心理.创新性是指整份试卷中,至少有一至两道题目在题型方面,或设问方式方面,或情景等方面有一定新意,有一定的挑战性,可以使不同学生有不同的发展性表现,使发展性评价功能能够得以实现.再好的设计,不便于

操作也是枉然的,可操作性是试题蓝图设计的实践检验性原则,也是命题者必须要考虑的。

以下给出两种常见的数学试题双向细目表的设计,以供参考。

市课改实验区初中学业考试  
数学试题双向细目表

项目 考点内容	选择 题数	能力层次			填空 题数	能力层次			解答 题数	能力层次			总计
		A	B	C		A	B	C		A	B	C	
数与式													
方程与不等式													
函数													
图形的认识													
图形与变换													
图形与坐标													
图形与证明													
概率													
统计													
合计													

市初中毕业学业水平考试  
试卷双向细目表

试卷名称:数学试卷

命题时间:

单元	难度	考试水平				难度分布 (%)	合计
		A	B	C	D		
数与代数	a						
	b						
	c						
空间与几何	a						
	b						
	c						

(续表)

单元	难度	考试水平				难度分布 (%)	合计
		A	B	C	D		
概率与统计	a						
	b						
	c						
实践与综合应用	a						
	b						
	c						
考试水平合计							

整卷难度分布(%):a(容易)\_\_\_\_\_;b(中等难度)\_\_\_\_\_;c(较难)\_\_\_\_\_.

命题者必须明确,高质量的试卷决不是各个小题的堆砌,它应当整体性地反映出当次考试的目的和理念,这一点在构思中就应当注意把握.特别地,当考试的数学期望值发生改变时,命题者在构思时就要对各题的难度值进行适当的调整.同样,随着考试区分与选拔性要求的变化,各题的区分度也要相应提升或降低.

## 第二节 确定命题具体内容和考查知识点

命题组确定好命题蓝图初稿后,命题工作将进入第二个阶段——具体题目的命制阶段.这时必须将各小题的题型、考查知识点、所在教材章节、考试水平和难度估计等粗线条地明确下来,这样整卷的轮廓将较清晰地展示在每个命题组成员的面前.

下表将初步展现试卷的一般轮廓.



# 试题情况分析

试卷名称:数学试卷

命题时间:

	题号	题型	知识点	章节	考试水平	难度估计	分值	预估分值
1	1	选择题	相反数	§ 1.1	a	0.92	4	3.68
2	2	选择题	轴对称	§ 14.1	a	0.81	4	3.24
3	3	选择题	科学计数法	§ 15.2	a	0.85	4	3.40
4	4	选择题	圆心角与圆周角的关系	§ 24.1	a	0.78	4	3.12
5	5	选择题	整式的运算	§ 15.1~3	a	0.72	4	2.88
6	6	选择题	二次根式运算和估算	§ 21.2~3	a	0.70	4	2.80
7	7	选择题	绝对值和代数式的求值	§ 1.2	a	0.75	4	3.00
8	8	选择题	勾股定理	§ 18.1	b	0.40	4	1.60
9	9	选择题	一次函数与二次函数的图象性质	§ 11.2, § 26.1	b	0.50	4	2.00
10	10	选择题	立体图形的平面展开图	§ 3.1	c	0.30	4	1.20
11	11	填空题	函数自变量的取值范围	§ 11.1	a	0.75	5	3.75
12	12	填空题	三角形全等的判定与性质	§ 13.2	a	0.81	5	4.05
13	13	填空题	一次函数的平移与反比例函数性质	§ 11.2, § 17.1	a	0.71	5	3.55
14	14	填空题	圆锥的侧面积计算	§ 24.4	a	0.70	5	3.50
15	15	填空题	分式的运算与代数式化简	§ 16.2	b	0.52	5	2.60
16	16	填空题	平面镶嵌与数学推理	§ 7.4	c	0.30	5	1.50

(续表)

	题号	题型	知识点	章节	考试水平	难度估计	分值	预估分值
17	17(1)	解答题	三角函数值与实数的运算	§ 28.2	a	0.78	6	4.68
18	17(2)	解答题	解一元一次不等式组	§ 9.3	a	0.78	6	4.68
19	18	解答题	解直角三角形	§ 28.2	a	0.70	8	5.60
20	19	解答题	数据特征值与统计图表	§ 12.2	a	0.71	8	5.68
21	20	解答题	分式方程的应用	§ 16.3	b	0.58	8	4.64
22	21	解答题	平行四边形判定和函数的表示	§ 19.3, § 26.1	b	0.46	8	3.68
23	22	解答题	可能性的表示与概率的计算	§ 25.2	a	0.70	9	6.30
24	23	解答题	切线的判定和相似形的判定及性质	§ 24.2, § 27.2	b	0.32	12	3.84
25	24	解答题	位似、二次函数性质	§ 27.3, § 26.1	c	0.21	15	3.15

在了解了试卷的一般轮廓之后,命题教师就可以根据具体命题的一般流程进行具体试题的命制了,具体试题的命制程序简单地说包括三个步骤:立意、情境、设问.立意就是考什么,也就是考试内容、能力要求,立意相对稳定,每年可以增加一点新意,但变化不能太大,以免考生无法适应.情境就是选用的材料与背景,通常创新型试题对情境的要求较高.命题者在命题过程中,必须要用贴近学生生活实际的新材料、新背景对考查内容进行包装,设问方式要灵活、多样,设问要不断变换、更新角度.

### 第三节 具体命题的基本原则

在具体命题的过程中,除了查询教材课标和考纲外,命题教师

还应坚持以下原则.

原则一:入口宽,方法多,有梯度.

这一原则是从区分度的角度考虑的.为了确保试卷的区分度,中、高考试卷中试题的易、中、难比例必须符合考试说明的相关要求,同时,重点试题难度和坡度的设计也必须达到一定的要求:每道试题难度的起点一般不能太高,应让考生看到试题后感到第一问的解题方法简单且不只一种解法,“入口宽和方法多”就是这个意思.但第二问或第三问的难度就应逐步提升,这就是所谓“有梯度”的意思,也就是每一题的第一问以后的每一问都要上一个台阶,确保只有优秀考生才能解答出所有的问题,取得高分.

原则二:源于教材,紧贴生活,符合课标.

这一原则是从试题情景的角度考虑的.试题所考查的知识点都必须源于教材,但绝不能简单照搬教材中的题目.同时,试题命制过程中所用的材料、情景都应与学生生活、生活的实际密切相连,而不能是脱离学生生活,学生难以理解的素材.这就是“源于教材,紧贴生活”的含义.“符合课标”是指解答试题所要用的知识都应在考生所学知识的范围中,都在课标的要求中,对课标摒弃或回避的知识不予考查.

原则三:背景公平,突出特色,照顾全体.

这一原则是从考试命题要公平、公正的角度去考虑的.命题者在编制每一道试题时都要考虑考生所处的地域、文化、民族情感等因素,努力做到每一道题的背景对不同地域的不同考生而言都是公平的.所谓试题有“特色”是指试题内的要素学生都见过,但设问与结构设计独特,有些人将这类试题称为“让任教教师眼前一亮的试题”.用特色题考查学生的各种能力可以保证公平、公正目标的实现.特色题的问题设计通常具有相当高的艺术性,只有博学多思的命题教师才具备命制特色题的能力.“照顾全体”是说有些问题针对性较强,比如网络、都市热点素材,城市的考生可能比较熟悉,而农村考生可能不了解,这样的素材最好不要在试卷中出现,以免造成

考试结果的不公平。

原则四：继承传统，勇于创新。

这一原则是从试题的设问角度考虑的。每年的试题在考查内容和形式上，应保持基本一致，命题者应保留和继承以往命题的优良传统和风格，但也不能一成不变。每年试题所考查的知识总会有些微调，但起伏、变更不能太大，传统知识应依然是主体；每年试题变化较大的是情景，是设问的角度，是各知识点整合的力度。这些变动应随着课程改革的推进和教学实际状况而灵活应变，明年和今年的考试内容可能是相同的，只不过考查角度和设问方式不同，这就要求学生必须活学活用所学的知识。

原则五：由易到难，图文并茂，重点突出。

这一原则是从试卷布局安排方面考虑的。中考要考查学科的主干知识，也就是重点知识，做到“重点知识重点考，重点知识年年考”。只有考查重点知识，才能保证考试的公平、公正，才能保证学校的教学秩序稳定、健康的发展。中考应重视基础知识的考查，但不能刻意追求知识点的覆盖面，命题应首先考虑重点内容，设定考查重点和层次要求，再以此为基调，展开考查网络，拓宽考查空间。

原则六：重视三维，体现价值，注重本质。

这一原则是从课改角度考虑的。课程改革的目标有三个维度：知识与技能、过程与方法、情感与价值观，数学学科的每一张试卷都要努力体现课程改革的理念与目标，从目标的三个维度去编制试题，以引导教学关注过程、方法，引导考生形成积极、健康向上的正确价值取向。

原则七：适度开放，鼓励创意。

这一原则体现了课改精神。对学生的个性品质进行考查的难度通常较大，命题者可以通过命制开放性试题，提高学生给出有创意的答案的可能性。虽然这样增加了答案的不确定性，给阅卷带来了很大的困难，但鉴于保护创新精神、鼓励个性发展是推进、实施素质教育的核心，因此命题者在命题中要尽量考虑对学生个性品质的考

查,为学生能给出有独特见解、有思想、有创造性的答案创设条件.

原则八:体现数学价值和数学美.

这一原则主要体现在数学有用这一目标上.学以致用,只有所学知识有用,学习才有价值.命题者应让学生感受到数学的价值主要体现在在生活中的运用.因此命题者在命制试题时要尽量注意理论联系实际,让学生可以运用已有知识,紧密联系生活实际和科技发展,解决新问题,只有这样,试题才能体现数学自身价值.同时,命题者在命题过程中,还应适当选取对称、黄金分割等美丽的图形作为背景,突出数学美.

原则九:表述清晰,时间适度.

这一原则充分体现了数学考试以考查学生的思维能力为主的方针.中考数学试题应在考查考生数学知识的基础上,侧重考查考生的各种能力,这就要求尽量避免干扰因素的出现,试题语言简洁、明晰是其中的重要方面.对考生思维能力的考查要保证学生有足够的思考时间,时间过紧将会导致考生无法展开思维,难以考查考生的思维品质、思维程序、思维方法.



*Di San Pian* 第三篇

# 实 战 篇

蘇子如  
和  
PDG

## 第五章

# 数学基础试题的命制

### 第一节 命题中的统筹安排

当命题工作进入到具体命题阶段之后,命题组长应尽快制定出命题计划,统筹安排好时间和任务,命题组成员必须按时完成任务.一个好的命题程序安排,将有利于提高工作效率,减少反复调整的时间,提高命题质量.

那么命题组长应制定怎样的计划呢?中考数学命题应遵循什么样的程序安排呢?通常来说,一份试卷的命制计划应包含以下程序安排:

1. 学习文件,领会精神,制定命题蓝图;(一天)
2. 先易后难,先分后和,确定主观大题和各小题试题基本形态;(四天)
3. 从整卷中、局部上,对试题进行调整与优化;(一天)
4. 设身处地,多向审问,使参考答案与评分标准趋于规范与合理;(二天)
5. 结合审查意见对试卷进行调整,对具体试题进行修改或更换;(一至二天)
6. 变换角度、慎之又慎,反复推敲,确保校对效果.(一天)

中考命题的有效时间一般为 8~10 天,最多不超过 15 天,在此

期间出现的问题可以方便地进行调整,一旦进入印刷厂排版阶段,一般就没有时间进行较大改动了,所以命题组必须抓紧时间,高效率地完成任务。

大规模数学考试试题通常按照由难到易的顺序进行编制,一般来说,应从最难编制的压轴题开始命制.这是因为命制压轴题需要耗费相当的时间和精力去研究,不首先攻克这个堡垒,本次命题工作将面临失败的威胁.在着手编制大题的同时,命题组也要统筹规划编制小题,这样思维不至于局限在某一点上,能在较大的范围内交替,命题效果会较好。

命题者应当明确,最后 1~2 道题以成品出现时应具有如下特征:设计的若干个小问题要有一定梯度;体现两种以上重要的数学思想方法;难度值在 0.25~0.35 左右;有较强的综合性,体现了不同领域之间的联系;能有效地考查学生的学习潜能;具有一定的创新;等等.中学数学代数与几何中的重要知识点通常是考试压轴题的首选内容.在明确命题内容和知识点后,命题组成员应先各自独立进行构思,3~4 个小时后,再分别把自己初步设想的试题立意、所用材料的来源、打算考查的方法技能等方面记录在试题编制卡片上,在汇总时,各成员应重点说明自己所编试题的与众不同之处.在命题组成员各自讲述完自己的思考后,可展开讨论,对各观点进行客观的比较与评价,然后选出“综合性、能力性、新颖性、适切性”等几个方面较为优秀的构思,作为大家的主攻方向,也就是说将较好的构思作为试题的雏形,而次好的构思则要作为备用材料保存。

经过命题组成员的几次独立编写,分思合虑后,如果大家感到构思虽好却难以确定具体的试题雏形的话,则可换用备用材料,在备用材料的基础上确定雏形.这样,再经过若干次讨论,就必须初步确定试题的基本形态,否则时间耽误了,却没有成效,命题的氛围就会变得相当紧张了。

其他解答题的命制可以采用同样的策略,即每道题的命制都应要求每一位命题者先独立思考,制作试题卡片,再集中交流讨论,初



步确定试题的基本形态,然后进一步改变与改进试题面貌,直至最终确定试题.在压轴题命制完成后,接着可以按“应用题——新题型题——大题中的常规题”的顺序进行命题.需要强调的是,由于应用题常常需要经过从现实生活中,或大量素材中发现或选取命题材料、确定试题立意角度、表述问题、精确化问题、简明化问题等步骤才能完成,常要花费比一般试题更多的时间,会遇到更多的困难,因此要格外留足命题时间.

解答题命制完成后,可用试题情况分析表将所有解答题未考查到的重要的知识点和思想方法一一罗列出来,以便在填空题和选择题的命制过程中将这些内容考虑进去.各类试题的完成时间应由命题组长提前规划好,通常是:最后三道题必须在三天(每天工作3段,每段约4小时)内完成雏形,其他解答题(含应用、探索、操作等大题型)应在两天内完成,填空题、选择题同时与解答题交叉命制,各安排2天,考虑到有交叉的时间,则最多8天可完成整份试卷的雏形,整个命题时间是比较紧的.如果组织得好,6天之内基本上可以拿出一份像样的试卷;如果组织得不够好,那8天要拿出合意的试卷就非常困难了.

整份试卷完成后,命题组成员必须从全卷的角度重新审视每道试题,这是非常重要的,由此常常可以发现某些漏洞,某些不和谐的内容,某些表述不严密的问题,某些稍作改进就会更好之处,通过对它们的修改,可以使试题更加完善.为什么这些问题在命制过程中没有被发现,现在却被发现了呢?一是由于过了几天之后,命题者可以跳出原有思维,重新思考有关问题;二是由于命题时需要赶进度,所以没有充分的时间思考;三是当时可能感觉题目不太完美,但并没有发现什么瑕疵,而只是有一点模模糊糊的感觉,随着时间的推移,这种模糊的感觉渐渐被放大,渐渐清晰起来,问题自然就被发现了——这可能是潜意识“一直在不停思考”的结果.可见,重新审视试题、调整试题、改进试题、优化试题是十分必要且可行的.

## 第二节 确定具体题目的情境材料和呈现方式

命题者挑选的情景材料应该具有教育意义. 尽管试卷和试题不是教材, 但它们仍然承载着一定的教育功能, 命题者不能漠视试题和试卷的这种教育功能. 尤其是在像中考、高考这样的高利害考试中, 考生对试题材料的印象可能远比其他材料深刻, 这些材料可能会对考生产生深远的影响.

命题者挑选的材料应该与学生学习经历过的材料有点类似性或是相对较新的材料. 如果使用的材料考生很熟悉, 或者在平时的复习训练中经常用到, 测量的行为目标就可能转化为测量记忆内容, 这样测量运用知识解决问题的效度就会降低. 虽然命题首先要确保材料在形式上或在内容主题上与考生复习训练中见过的材料不相同, 但涉及的概念、原理、获取信息的方法、解决问题的方法等应该是相似的或相同的. 特别地, 在简单的选择题、填空题的命制过程中, 命题者甚至可以从教材或各种参考书中挑选一部分内容进行修改, 从而获得满足要求的材料.

命题教师应根据所了解学校的教学和学生的学习生活情况, 从被选的素材中选择可以改造的材料, 然后再有针对性地对其进行改造. 选择情境材料时, 必须考虑命题测量的认知目标和所涉及的知识内容领域的相关要求. 明确这些要求是开始编撰试题的前提条件, 如果试题的情景材料以及相关的问题不能诱导考生表现出相应的认知特征, 不能为评价考生的能力提供较为准确的数据, 它就不能成为试题或不能成为好试题.

在实际命题过程中, 相当多的命题教师在选择材料时, 一般考虑较多的是要考什么数学学科内容和知识点, 而并未考虑要测量的行为目标. 这样选出来的材料往往不能测量设计的行为目标, 达不

到命题要求,工作效率也很低.

命题者在选择材料时,可以参考《课程标准》所规定的学习的主题材料,对科学、社会、生活等方面问题的讨论只能在考生数学学科知识的范畴内进行.如果理解情境材料中的概念、原理、方法不是试题考查的认知目标的话,则应该用清晰、明确的语言或图表表述情境材料.如果情境材料表述不明确,考生就难以从中获得非常清晰的解决问题所需要的信息,难以表现出高水平的认知特征,甚至表现不出期望的认知特征.因此,清晰、明确的背景材料对于数学命题尤为重要.

### 1. 情境材料的呈现方式应该多样化

试题的背景材料有很多种类,如文字材料、数据示意图、原理图、结构图等.命题者应尽量选取多种不同形式的背景材料,最好选择加工要求低、考生较为熟悉的材料,同时,试题材料也不能都是图示材料或图表材料.这样可以使试卷卷面更加活泼、美观,增加试卷的亲合性,提高考生解题的兴趣,使考生不至于因阅读大量文字材料感到疲劳、乏味而影响水平的发挥.

测量目标是试题的核心,内容领域由考试的性质决定.试题的测量目标和内容领域应该与考试的内容规范保持一致.在试题的测量目标和内容领域与考试的内容规范无法完全保持一致的情况下,可以考虑对考试的内容规范作适当调整或修改.

### 2. 试题的文字表述应该清晰化

试题的语言要简洁、适当,命题者应该用清晰、明确的语言表述设问,设问语言不能产生歧义.这样有助于考生正确地理解题意,不会产生误解;有助于节约考生的阅读时间,提高他们的答题效率.如果问题表述模棱两可,就可能会使某些已经达到了期望教育目标的学生产生误解,表现不出试题要诱导的认知行为,不能做出正确的回答.如果试题设问设计得好,便可在确定的行为特征和内容领域内,很好地测量考生的能力,试题的测量结果就会有比较好的效度.

在数学教育评价和心理特质测试中,测试试题的基本定义是一

个测量单元,它有刺激情景和对应回答形式的规定,它的目的是要获得被试的应答,并根据应答对考生的某些心理特质方面的表现(如知识、能力等)进行推测。

如果一道试题的刺激情景不能提供推测某一心理特质的数据,它就不能成为试题。试题具有测量功能,测量就是要定量化,即以某种方式生产出定量的数据。试题测量目标应该独立、完整,并要突出重点,有层次性。

具体的题目呈现方式包括情景和题型,情景要服从测量目标和涉及的知识内容。命题者要根据考生的生活经验和理解程度设计情景。情景要科学、可信,有相当的信息量和一定的深度。引导考生做出什么样的应答为设问,通过适当的设问才能引导考生做出与测量目标或行为目标一致的应答。

命题教师应多采用直接提问式的题干,这样问题呈现得比较清楚、明确,不容易产生歧义。间接提问式题干则可能会加大考生对题目理解的难度,导致学生错误地判断问题的指向,进而出现答非所问的情况。

试题测量是否有效关键是看考生是否对情景材料刺激做出了正确的反应,只有使考生的应答与试题情景相一致的试题才是有效的试题。

整卷中每道试题的内容最好能互相独立,要尽量减少知识点的重复出现,以扩大整卷的知识覆盖面。这样也可以避免试题之间存在互相提示的作用,防止试卷本身出现疏漏。试题之间如果互相不独立,存在互相提示关系,则对那些应试能力比较强,能够注意到试题间的这种提示关系的考生就比较有利,这实质上降低了试题的测量效果。

### 第三节 各类典型试题命题要求和举例

编制试题一般要遵守以下要求:第一,试题取材具有代表性;第

二,试题难度分布具有阶梯性;第三,试题叙述简明;第四,试题导语无提示性;第五,试题间相互独立;第六,答案科学.以下分别从选择题、填空题、一般解答题三个方面入手加以阐述.

### 1. 选择题命题要求

选择题由题干和多个选择项组成.中考数学的选择题一般备有4个选项,这些信息或多或少具有“提示”与“迷惑”的双重作用.题干往往包含两部分:题设与提问指导语句.提问可以是定性提问、定量提问或者定性、定量兼具的提问,而选择项,通常是所提问题的结论或答案.选择题较为适合用于考查概念的理解、性质的运用、数据的特征、公式的变形、数值的计算、思维的切换等方面的情况.

编制选择题试题时应该注意下列事项:

① 在题干中,要用精练、明确的语言把题设(已知条件)和问题陈述清楚;

② 每一个选择项的表述必须明确、清楚,它与题干连接在一起,读起来应当顺畅,并且应当成为一个完整的语句,或者是一个完整的命题;

③ 题干与选项应有逻辑上、语法上的联系,要避免提供正确选择的任何线索;

④ 选项中正确答案要有严格的科学性,各项要有一定的合理性,干扰项的错误不能太明显,要有似真性与诱答性,但不能将有争议的问题列入选项;

⑤ 各题正确选项的排列应是随机的,不应具有规律性;

⑥ 一题的题干与选择项要安排在同一页上,以减少考生答题的麻烦.

下面结合中考命题案例谈一些选择题的命题感悟,希望能给读者一点启示.

#### (1) 题目设计重数学思维

重视思维不能是一句空话,要有具体体现.重视数学思维主要体现在合情推理、发挥知识整体效应和灵活解决问题等方面.

**例 1**(04 安徽芜湖课改卷第 19 题)

如图 5-1,某同学把一块三角形的玻璃打碎成三片,现在他要到玻璃店去配一块完全一样形状的玻璃.那么最省事的办法是带( )去配.

- A. ①
- B. ②
- C. ③
- D. ①和②



图 5-1

**【命题感悟】** 本题以生活中三角形的玻璃打碎后,去配一块形状完全一样的玻璃的事实为背景,考查学生对三角形性质的探究,考查他们对几何图形的认识以及解决简单问题的能力.该题题干较精炼,选择项科学且有迷惑性.

(2) 题目设计巧用图形

选择题中可以给出图形的应尽量给出,以增强试卷的视觉效果,主要体现为图形直观,“示意图”示意、数形结合、三视图与投影等.

① 图形直观

**例 2**(08 安徽芜湖课改卷第 2 题)

下列几何图形中,一定是轴对称图形的有( ).

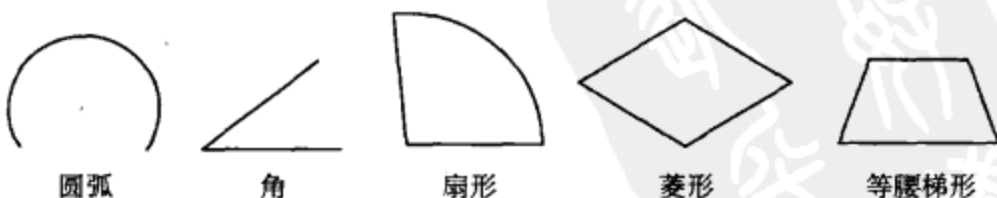


图 5-2

- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个

**【命题感悟】** 本题命题思路简单,考虑到此类试题多是讨论特殊四边形的对称性,对于其他图形如圆弧、角、扇形的考查并不多见,故将考查范围扩大至整个几何部分,其中的角尽管成轴对称性,

但水平放置容易造成视觉上的错觉,使考生认为它是不对称的,即此图有一定的迷惑性.

## ② 示意图

例 3(05 安徽芜湖课改卷第 6 题)

如图 5-3,已知一坡面的坡度  $i =$

$1 : \sqrt{3}$ , 则坡角  $\alpha$  为( ).

- A.  $15^\circ$
- B.  $20^\circ$
- C.  $30^\circ$
- D.  $45^\circ$

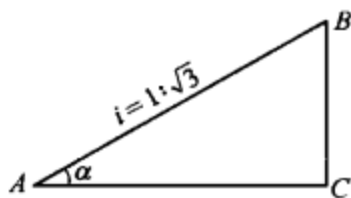


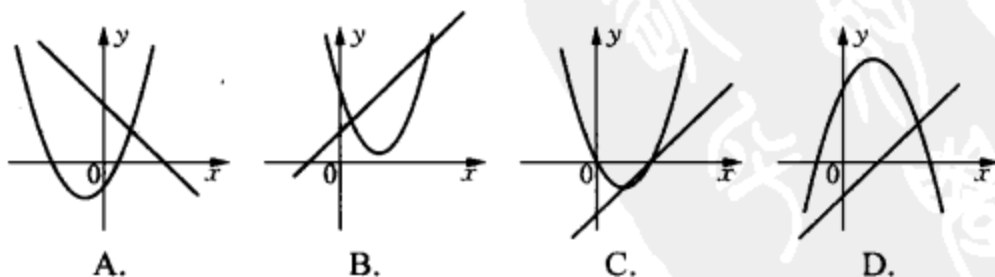
图 5-3

**【命题感悟】** 数形结合问题通常要给出示意图,以增强学生对试题的理解,此类试题难度不宜过大,只要能够考查出学生是否具有有用数形结合思想解决问题的意识,是否有一定的读图能力和计算能力即可.这就要求教师在平时的教学中,要经常给学生举实际生活中的案例,培养学生的动手意识和创新能力.

## ③ 函数图象

例 4(08 安徽芜湖课改卷第 9 题)

函数  $y = ax + b$  和  $y = ax^2 + bx + c$  在同一直角坐标系内的图象大致是( ).



**【命题感悟】** 将一次函数和二次函数结合在一起综合考查的情况比较普遍,此类命题一般需注意:作出的相同系数的不同函数的图象不能产生矛盾,特别是正确选项的图象一定要准确.

## ④ 视图与投影

**例 5**(09 安徽芜湖课改卷第 6 题)

在平面直角坐标系中有两点  $A(6, 2)$ ,  $B(6, 0)$ , 以原点为位似中心, 相似比为  $1:3$ , 把线段  $AB$  缩小, 则过  $A$  点对应点的反比例函数的解析式为( ).

A.  $y = \frac{4}{x}$

B.  $y = \frac{4}{3x}$

C.  $y = -\frac{4}{3x}$

D.  $y = \frac{18}{3x}$

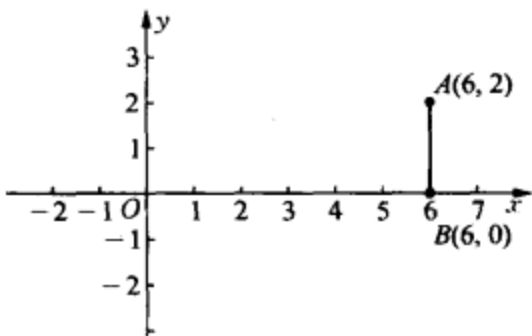


图 5-4

**【命题感悟】** 位似变换是新增内容, 此前几乎很少将位似变换、相似放在平面直角坐标系中进行综合考查, 此题命制着眼点较新颖, 题目最初并不以原点为位似中心, 难度较大, 且有两种情况. 在审题组专家提出以原点为位似中心, 降低难度的要求后, 命题组考虑到降低难度可以保护学生对数学的学习兴趣, 特调整为现在的形式.

(3) 题目设计巧用变换

**例 6**(08 安徽芜湖课改卷第 10 题)

如图 5-5,  $\text{Rt}\triangle ABC$  绕  $O$  点旋转  $90^\circ$  得  $\text{Rt}\triangle BDE$ , 其中  $\angle ACB = \angle E = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $DE = 5$ , 则  $OC$  的长为( ).

A.  $5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $4\sqrt{2}$

C.  $3 + 2\sqrt{2}$

D.  $4 + \sqrt{3}$

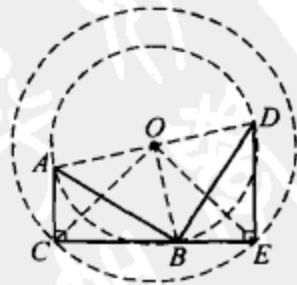


图 5-5

**【命题感悟】** 本题命制得比较灵活, 也很有新意. 在初稿中, 本题没有给出图中的虚线, 考虑到新课程不仅重视知识、技能, 同样非



常重视过程与方法,故在复审时将旋转作图过程用虚线给出. 这样通过虚线提示作用,学生可以较方便地得出旋转中对应线段的不变形. 考后的反馈信息也表明此题立意新颖,考查的出发点和思想性较好.

#### (4) 突出本地特色

##### 例 7(05 安徽芜湖课改卷第 1 题)

芜湖地处长江中下游,水资源丰富,素有“江南水乡”之美称. 据测量,仅浅层地下水蕴藏量就达 56 000 万  $\text{m}^3$ ,用科学计数法记作( ).

A.  $5.6 \times 10^9 \text{ m}^3$

B.  $56 \times 10^8 \text{ m}^3$

C.  $5.6 \times 10^8 \text{ m}^3$

D.  $56\,000 \times 10^4 \text{ m}^3$

**【命题感悟】** 命制此题的目的主要是体现本地特色,这是大规模考试通常需要考虑的. 体现地方特色的题不必是难题,它主要是基于一种教育政策导向的需要. 此类题一般放在试卷首页,属于送分题.

#### 2. 填空题命题要求

填空题的一般形式是给出若干个条件,要求推断出一个结论,或者计算出一个结果. 也有的是给出一个命题,要求补充条件或结论,以使之成为正确的、完整的命题. 填空题的特点是只考查结果而不考查获得结果的过程.

适合编为填空题的内容有:较简单的推理运算问题;容易由概念、性质或图形做出判断而严格地演绎出结果却是很难或冗繁的问题;貌似计算,实则运用概念或性质容易揭示出其中某些数量关系的问题.

填空题可以进一步发展,以填写答案不唯一的开放性填空题出现,这类问题具有较好的辨析性和探索性.

填空题命题的关键是材料的取舍和空位的设置,以及陈述方式的处理. 编制填空题应该力求做到:

① 所空缺的应该是关键性词语,不应该是无关紧要的、可有可

无的内容;

② 不能从教材或教学参考书中照抄原句,以免助长学生死记硬背教材的不良风气;

③ 空格不宜太多,以免影响题目的完整性与科学性;

④ 各个空格的长度应基本相等,以免产生某种暗示作用;

⑤ 如要考生填数字,应注明答案所用单位;

⑥ 空白一般不放在题首,要尽可能放在题目中间或题目后部;

下面结合中考命题案例谈一些填空题的命题感悟,供读者参考.

### (1) 题目设计重背景

合理的题目背景不仅有利于提高试题的效度,也可以扩大学生的视野.命题教师一般可以从教材、媒体、网络、生活中提取素材.

#### 例 8(05 安徽芜湖课改卷第 17 题)

在珠穆朗玛峰周围 2 千米的范围内,还有较著名的洛子峰(海拔 8516 米)、卓穷峰(海拔 7589 米)、马卡鲁峰(海拔 8463 米)、章子峰(海拔 7543 米)、努子峰(海拔 7855 米)和普莫里峰(海拔 7145 米)六座山峰,则这六座山峰海拔高度的极差为\_\_\_\_\_米.

**【命题感悟】**本题选材于当年一则关于测量珠穆朗玛峰高度的报道,具有一定的时代性.题目设计简单,考查目标明确,设问方式灵活,也很有新意.本题能使多数同学感受到珠穆朗玛峰的雄伟,以及其周围山峰的壮观,包含有对情感、态度、价值观的考查意图.

### (2) 题目设计重本质

#### 例 9(05 安徽芜湖非课改卷第 14 题)

二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图 5-6 所示,则  $a + b + c$  \_\_\_\_\_ 0. (填“>”, “<”或“=”)

**【命题感悟】**二次函数图象的性质是初中阶段考查的重点,也是《课程标准》中强调的重点内容.本题通过对已知的二次函数图

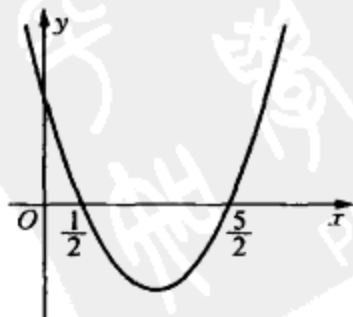


图 5-6

象的分析,考查系数和的正负性. 题目设计参考了类似的图形特征探索题,直接考查学生是否掌握用特殊值法求函数值的技巧,间接考查学生掌握数形结合、转化等数学思想和方法的情况,填空项内容为规定填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”,否则考生有可能给出“ $\geq$ ”或“ $\leq$ ”等答案,这样会给阅卷带来麻烦.

### (3) 题目设计重理解

**例 10**(05 安徽芜湖课改卷第 20 题)

在四边形  $ABCD$  中,  $\angle B = \angle C = 120^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ , 并且  $CD = 5$ , 则  $S_{\text{四边形}ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**【命题感悟】** 填空题的“空”应该是为学生展示思维计算结果而设计的“空”,重理解就是这一体现的一个侧面. 本填空题主要考查运用割补的思想,还原本来的三角形,再在三角形中进行推理和计算.

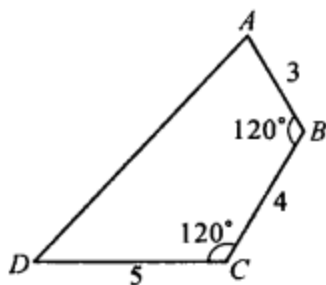


图 5-7

### (4) 题目设计重开放

可以将填空题设计为开放性的题目,用于中考中.

**例 11**(06 安徽芜湖课改卷第 16 题)

请你仔细观察图中等边三角形图形的变换规律,写出你所发现的关于等边三角形内一点到三边距离的数学事实: \_\_\_\_\_



图 5-8

**【命题感悟】** 这道开放性的试题形式新颖. 让学生通过对几何图形的观察与认识,寻找其中的共同点,其实质是考查学生对图形

的轴对称与中心对称等性质的理解和掌握情况,其中的图形设计给学生带来了创造的空间.本题有效地考查了学生观察、分析、概括的能力和创新意识.

填空题编制过程中需要注意两点.首先,要处理好填空题的简洁性与思维深刻性之间的关系.简洁的填空题对考生的干扰性小,因而测试的信度较高,但是所考查思维的深度欠佳,需要妥善处理好.其次,填空题的计算量应合适,不能因为没有过程就盲目加大计算量,这样会适得其反.

### 3. 解答题的命题要求

解答题是要求完整地写出解题过程的题目.它的特点是容量较大,能直接考查多个知识点,以及综合考查多种数学思想、方法和数学能力.由于这类题目要求考生完整地写出解题过程,因此较之选择题和填空题,它更能考查考生的解题思路和解题过程,也能更好地对不同水平的考生进行多层次的区分.

在一个大前提(已知条件)下,提出若干问题,要求学生解答,这是数学解答题的常见呈现方式.从一个基本数学事实出发,研究其变形、扩张、发展,形成一系列的问题组,再从中选取合适的题目,是编制解答题的主要方法.中考中的解答题,一般应该具有较大的可塑性和伸缩性.

从表现形式来看,解答题大体可分成两大类.第一类:所提的若干问是并列的,彼此独立,互不关联;第二类:所提的若干问是递进的,彼此间存在层次上的联系,后一问的解答,依赖于前一问的结果.

影响解答题难度的基本因素有以下几个:

提问方式.例如,把证明题改为探索题一般会提高难度;增加中间设问,把单问变成分步设问一般会降低难度;

题设条件.例如,适当增、减条件,变“隐”条件为“显”条件,改间接条件为直接条件,等,均可以使题目的难度发生变化.

综合程度.题目涉及的具体知识点、数学思想、数学方法的多少

也会影响题目的难度.

下面结合中考命题案例谈一些常规解答题的命题感悟,供读者鉴正.对于创新型解答题的命制过程将在后面专门详细阐述.

### (1) 题目设计重思维

#### ① 全等变换

**例 12**(06 安徽芜湖课改卷第 12 题).

如图 5-9,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$ , $AD$ 平分 $\angle CAB$ , $BC = 8\text{ cm}$ , $BD = 5\text{ cm}$ ,那么  $D$  点到直线  $AB$  的距离是\_\_\_\_\_cm.

**【命题感悟】**此题命制思路简单,为了尽量送分给考生,题中还将  $D$  点到直线  $AB$  的垂线段用虚线画出,由此考生可以较直观地看出蕴含其中的对称变换的想法,进而想到利用三角形全等解题.

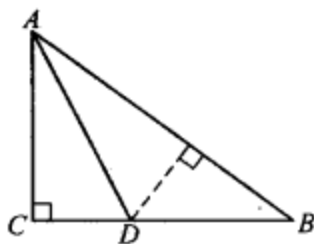


图 5-9

#### ② 数形结合

**例 13**(06 安徽芜湖课改卷第 14 题)

如图 5-10,在平面直角坐标系中,二次函数  $y = ax^2 + c (a \neq 0)$  的图象过正方形  $ABOC$  的三个顶点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ ,则  $ac$  的值是\_\_\_\_\_.

**【命题感悟】**在平面直角坐标系中,结合简单三角形或四边形讨论二次函数图象及性质是近年较关注的热点,也是考查数形结合思想的良好平台,此填空题就较好地体现了数形结合的特点.

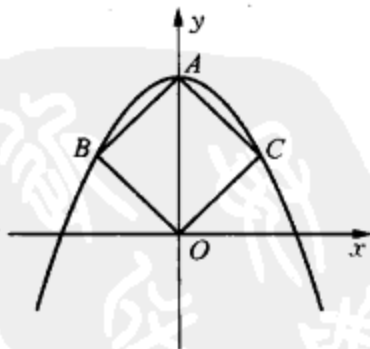


图 5-10

### (2) 题目设计重双基

重视双基主要表现在:重基本运算、重方程应用、重解直角三角形、重函数基础知识.

#### ① 计算

一些较为传统的、相对单一的考查题目,如计算题、化简题、解方程、解不等式等,目标指向明确,不易受到是否熟悉背景材料或文字阅读能力的干扰,因而不少课改实验区的试卷将这类题作为解答题的前两个题目,以保证学生情绪稳定、发挥正常,考出真实水平,提高试卷的信度.

**例 14**(06 安徽芜湖课改卷第 14 题)

(1) 计算:  $(-1)^{2009} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + (\sqrt{3} - \pi)^0 + |1 - 2\sin 60^\circ|$ .

(2) 解不等式组 
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} + 3 \geq x; & \text{①} \\ 1 - 3(x-1) < 6 - x. & \text{②} \end{cases}$$

**【命题感悟】** 以上两题分别考查基础运算和解不等式组知识,命题简单. 此类题原则上考查考生的计算能力,而不是考查考生解决难繁计算的能力,因此题中的数字不能设计得过大或过小,以免给运算带来麻烦.

② 方程应用

**例 15**(09 安徽芜湖课改卷第 18 题)

某县政府打算用 25 000 元用于为乡福利院购买每台价格为 2000 元的彩电和每台价格为 1800 元的冰箱,并计划恰好全部用完此款.

(1) 问原计划所购买的彩电和冰箱各多少台?

(2) 由于国家出台“家电下乡”惠农政策,该县购买的彩电和冰箱可获得 13% 的财政补贴,若在不增加县政府实际负担的情况下,能否多购买两台冰箱? 谈谈你的想法.

**解:** (1) 设原计划购买彩电  $x$  台,冰箱  $y$  台,根据题意得:

$$2000x + 1800y = 25\,000, \text{化简得: } 10x + 9y = 125.$$

由于  $x$ 、 $y$  均为正整数,解得  $x = 8$ ,  $y = 5$ .

(2) 该批家电可获财政补贴为  $25\,000 \times 13\% = 3250$ (元).

由于多买的冰箱也可获得 13% 的财政补贴, 所以实际负担为价格的 87%.

由  $3250 \div (1 - 13\%) \approx 3735.6 \geq 2 \times 1800$ , 可知可多买两台冰箱.

答: (1) 原计划购买彩电 8 台、冰箱 5 台;

(2) 能多购买两台冰箱. 我的想法: 可以拿财政补贴款 3250 元, 再借 350 元, 先购买两台冰箱, 再从价值 3600 元冰箱的财政补贴  $3600 \times 13\% = 468$  元中拿出 350 元用于归还借款, 这样才不会增加实际负担.

**【命题感悟】** 方程应用题近年来在中考中有所削弱, 但是随着人们对方程教育价值认识的改变, 中考愈来愈重视对这方面的考查. 本题背景来源于国家出台的“家电下乡”惠农政策, 具有一定的时代性, 同时在考查考生应用数学解决实际问题时设置了台阶, 第一问考查二元一次方程的整数根问题, 此切入点简单但较独特.

### ③ 解直角三角形

**例 16** (08 安徽芜湖课改卷第 18 题)

在我市迎接奥运圣火的活动, 某校教学楼上悬挂着宣传条幅  $DC$ , 小丽同学在点  $A$  处, 测得条幅顶端  $D$  的仰角为  $30^\circ$ , 再向条幅方向前进 10 米后, 又在点  $B$  处测得条幅顶端  $D$  的仰角为  $45^\circ$ , 已知测点  $A$ 、 $B$  和  $C$  离地面高度都为 1.44 米, 求条幅顶端  $D$  点距离地面的高度.

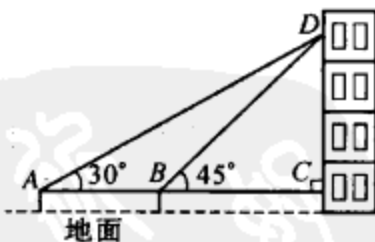


图 5-11

(计算结果精确到 0.1 米, 参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )

**解:** 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $\tan 45^\circ = \frac{CD}{BC} = 1$ ,  $\therefore CD = BC$ .

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\tan 30^\circ = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\therefore \frac{CD}{AB + BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

$$\therefore \frac{CD}{10 + CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \therefore 3CD = \sqrt{3}CD + 10\sqrt{3}.$$

$$\therefore CD = \frac{10\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}(3+\sqrt{3})}{6} = 5\sqrt{3} + 5 \approx 13.66(\text{米}).$$

$\therefore$  条幅顶端  $D$  点距离地面的高度为  $13.66 + 1.44 = 15.1(\text{米})$ .

**【命题感悟】** 解直角三角形历来是中学教学阶段的重要内容,同时也是初中毕业学业水平考试中经常使用的考点. 对这一内容的考查特别强调考查解直角三角形的通法. 此题背景选自 08 年奥运火炬传递, 题材与内容虽有点牵强附会, 但这也是中考不容回避的事实, 试卷如果全部都是纯粹数学, 学生很容易对数学产生疲劳和厌烦的感觉.

**例 17** (09 安徽芜湖课改卷第 18 题)

如图 5-12, 一艘核潜艇在海面下 500 米  $A$  点处测得俯角为  $30^\circ$  正前方的海底有黑匣子信号发出, 继续在同一深度直线航行 4000 米后再次在  $B$  点处测得俯角为  $60^\circ$  正前方的海底有黑匣子信号发出, 求海底黑匣子  $C$  点处距离海面的深度? (精确到米, 参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ )

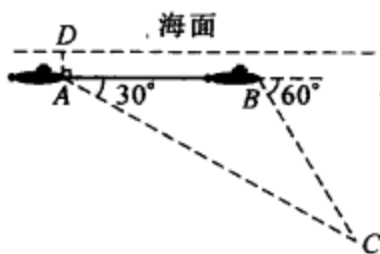


图 5-12

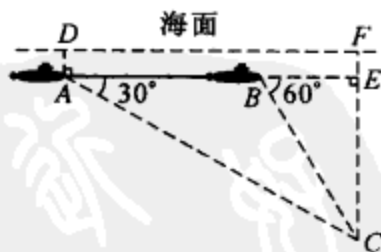


图 5-13

**解:** 如图 5-13, 由  $C$  点向  $AB$  作垂线, 交  $AB$  的延长线于  $E$  点, 并交海面于  $F$  点.

已知  $AB = 4000(\text{米})$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $\angle EBC = 60^\circ$ .

$\therefore \angle BCA = \angle EBC - \angle BAC = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle BAC = \angle BCA. \therefore BC = BA = 4000(\text{米})$ .

在  $\text{Rt}\triangle BEC$  中,



$$EC = BC \cdot \sin 60^\circ = 4000 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2000\sqrt{3}(\text{米}).$$

$$\therefore CF = CE + EF = 2000\sqrt{3} + 500 \approx 3964(\text{米}).$$

答:海底黑匣子 C 点处距离海面的深度约为 3964 米.

**【命题感悟】**此题的背景选自关于 09 法航失事找寻黑匣子的报道,这一内容有一定的现实意义,体现了数学有用的价值观.此题在命制时特别清除了背景中的影响因素,只留下了能够抽象出建立简单解直角三角形的数学模型的相关要素.此类题重在考查学生运用数学的意识,不必在解题上为难考生.

### (3) 题目设计重统计概率与实际的结合

将统计概率活化,即联系实际,这不仅有利于考查学生对统计概率知识的认识程度,而且还有利于考查学生的统计概率能力.

#### 例 18(08 安徽芜湖课改卷第 18 题)

六一儿童节,爸爸带着儿子小宝去方特欢乐世界游玩,进入方特大门,看见游客特别多,小宝想要全部玩完所有的主题项目是不可能的.

(1) 于是爸爸咨询导游后,让小宝上午先从 A. 太空世界、B. 神秘河谷、C. 失落帝国中随机选择两个项目,下午再从 D. 恐龙半岛、E. 西部传奇、F. 儿童王国、G. 海螺湾中随机选择三个项目游玩,请用列举法或树形图说明当天小宝符合上述条件的所有可能的选择方式.(用字母表示)

(2) 在(1)问的选择方式中,求小宝恰好上午选中 A. 太空世界,同时下午选中 G. 海螺湾这两个项目的概率.

**解:**(1) 用列举法:有  $(AB, DEF)$ ,  $(AB, DEG)$ ,  $(AB, DFG)$ ,  $(AB, EFG)$ ,  $(AC, DEF)$ ,  $(AC, DEG)$ ,  $(AC, DFG)$ ,  $(AC, EFG)$ ,  $(BC, DEF)$ ,  $(BC, DEG)$ ,  $(BC, DFG)$ ,  $(BC, EFG)$  共 12 种可能的选择方式.

用树形图法:

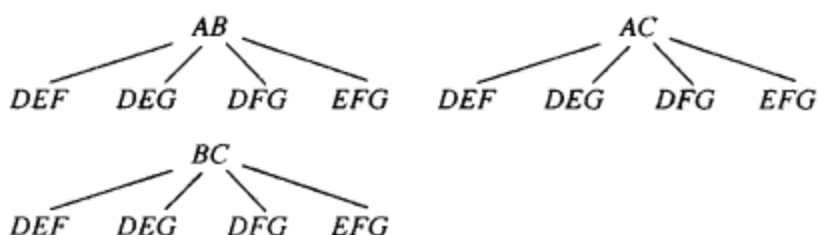


图 5-14

(2) 小宝恰好上午选中 A. 太空世界, 同时下午选中 G. 海螺湾这两个项目的概率为  $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ .

**【命题感悟】** 编制本类问题的基本思路为统计问题情境化. 该类题可以用树形图给出相关可能情况, 也可以用列举法给出相关可能情况; 既可以直接考查学生对概念的理解能力, 也可以考查学生利用树形图表提供的信息解决新问题的能力. 此类概率试题的命制难度一般不大, 它主要考查学生的完备思维. 由于命题教师一般都有学过排列组合的数学背景, 因此, 在命制此类试题时, 很容易命出超标或科学性有待商榷的试题, 对于这点, 命题教师需要特别小心.

命题教师在命制常规解答题的过程中应注意以下三点. 首先, 考虑试题的难度结构问题. 不少课改实验区的初中毕业学业水平考试既要考查考生是否达到了本学科要求的毕业水平, 又要兼顾区分出达到毕业水平学生的不同水平层次, 以便为高中招生提供参考. 然而, 在同一份试卷中兼顾水平考试和选拔考试的不同考试目标和功能是有较大难度的. 实践表明, 如何处理解答题对整卷难度的影响非常明显, 需慎重对待. 其次, 单就每一题来看可能没有超出标准的要求, 但组合在一起难度就可能会显得过大, 这不利于有效区分考生是否达到了合格的毕业标准. 最后, 在试卷中出现阅读量过大的试题, 对不擅长“阅读”的学生来说是不公平的. 试题中与解题没有联系的背景材料, 可能会干扰学生的正常解题, 这应该引起重视.

## 第四节 试题改编的一般方法与常见模式

无论是何种类型的考试命题,受时间和精力所限,不可能所有的试题都是命题者创造性地编制出来的,其中的大部分试题来源于对已有试题的改编.因此,命题者必须首先具备较强的改编试题的能力,只有这样才有可能编制出创新题.改编试题首先得从选取好的素材入手,所选素材应能体现考生学习初中数学应掌握的核心知识和常见的重要技能,试题的编制通常以改编教材中的例习题、近年的考试题、各种参考资料中的习题等为主要途径,正所谓“年年题不同,岁岁题相似”,其目的是体现“以学定考”的新课程理念.

改编试题是对原有试题进行改造,使之从形式上、考查功能上发生改变而成为新题.改编试题的具体方法有:设置新的问题情境、不同题型之间的转换、重组整合、转变考查目标等.下面将分别举例加以分析,由于原型题在课本和各类参考资料中容易找到,此处不再一一列举.

### 一、设置新的问题情境

一道常规的纯粹数学问题,当把它放置在一个新的问题情境中时,由于知识载体发生了改变,这道试题就变为了一道新题,这可以反映出数学知识应用的灵活性.

**【改编模式】**保持基本题型的结构不变,将数据或概念置于适当的问题情境之中,可以构造出一系列的问题.

#### **【改编试题举例】**

**例 1**(04 安徽芜湖课改卷第 2 题)

按照神舟号飞船环境控制与生命保障分系统的设计指标,“神舟”五号飞船返回舱的温度为  $21^{\circ}\text{C} \pm 4^{\circ}\text{C}$ . 该返回舱的最高温度为

℃.

**【改编感悟】**将简单的有理数加减运算与神舟号飞船环境控制与生命保障分系统的设计指标数据联系起来,这样编制出的试题简单而有意义.此类试题既保持了一般的试题内核,又与实际生活中的各种情境紧密相连,从而可以使得试题承载的信息具有较好的人文意义.一套试卷中,总需要为少数的试题添加一些人文背景,以使得卷面形式活泼一些.

## 二、不同题型之间的转换

在中考数学试卷中,出现了较多的通过改造题型来获取新试题的命题形式.例如:许多压轴解答题的命题材料很好,从考查内容和考查功能上来看往往是很经典的试题,但由于第二、三问难度过大,所以常常会使考生因感到畏惧而放弃解答该题.其实,其第一问可能非常简单,也很容易上手,此时,就可将第一问压缩、升华或从其他角度设问,再辅以选择项的巧妙设计,从而将第一问变为一道新颖的选择题或填空题.当然,也可通过深入发掘内涵或扩充运用范围的方式,把经典的选择题、填空题改造成解答题的形式.近年来,中考数学试卷中经常出现由改造传统题型得出的新题型,如开放题、探索题、图表分析题、阅读理解题、操作试验题等,这些都丰富了命题的技巧.

### 1. 解答题改编为选择题或填空题

**【改编模式】**保持原型的考查内容不变,将问题的设问形式加以改造,同时添加适当的问题情境,省去对具体解题过程的考查,而构造出的新问题.

#### **【改编试题举例】**

例 2(05 安徽芜湖课改卷第 10 题)

估算  $\frac{\sqrt{50}+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$  的值( ).

A. 在 4 和 5 之间

B. 在 5 和 6 之间

C. 在 6 和 7 之间

D. 在 7 和 8 之间

**【改编感悟】**原型题为化简求值题,在不能使用计算器的前提下,本题将实数的运算设计成了选择题的形式.因《课程标准》对估算有明确要求,故将其改为估算题,省去对中间化简过程的考查.题目没有要求让学生展示运算过程,这样学生可以运用多种方式来寻求答案(如先化简,再求近似值;或直接估算分子无理数的大小,再估算商式的大小等等).这类题目对发展学生对数的认识和培养数感有着重要意义,题目呈现形式的变化,体现了考查目标的改变.该题的编制在当年具有一定的新颖性.

**例 3**(05 安徽芜湖课改卷第 15 题)

已知三个边长分别为 2、3、5 的正方形如图排列(图 5-15),则图中阴影部分面积为

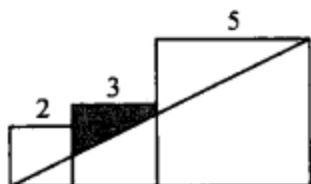


图 5-15

**【改编感悟】**本题在相似求解问题的基础上改编而成,其中的平行条件隐含于如图排列的正方形之中,利用图中所给边长求出中间的梯形面积后,再用中间正方形的面积减去所求梯形的面积即可求出阴影部分的面积.本题设计改动不大,没有过多增加难度,计算也较方便.

**例 4**(05 安徽芜湖非课改卷第 18 题)

如图 5-16 所示,  $\square DEFG$  内接于  $\triangle ABC$ , 已知  $\triangle ADE$ 、 $\triangle EFC$ 、 $\triangle DBG$  的面积分别为 1、2.8 和 1.2, 那么  $\square DEFG$  的面积为

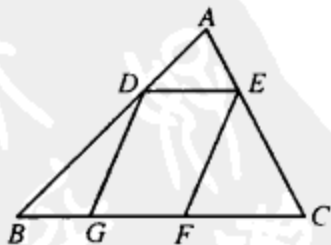


图 5-16

**【改编感悟】**此题图与原题图相同,只不过将条件中的面积值进行了调整.原题用作计算题,后来由于发现过程较长,学生说理可能不太容易说清楚,但题目立意和所考查的知识与技能较好,故改编为填空题.

## 2. 解答题各种呈现方式的转变

**【改编模式】**保持原型的考查内容不变,对问题的结构、问题的

设问形式、问题的表述方式等加以改造,可以构造出一系列的问题.

### 【改编试题举例】

例 5(06 安徽芜湖课改卷第 20 题)

某种内燃动力机车在青藏铁路试验运行前,测得该种机车机械效率  $\eta$  和海拔高度  $h$  ( $0 \leq h \leq 6.5$ , 单位 km) 的函数关系式如图所示.

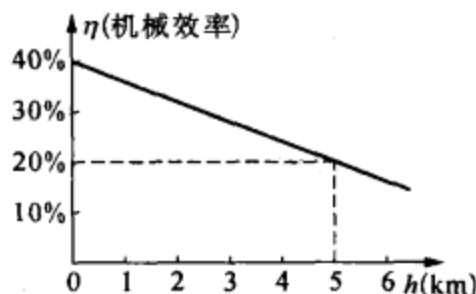


图 5-17

(1) 请你根据图象写出机车的机械效率和海拔高度  $h$  (km) 的函数关系;

(2) 问在海拔 3 km 的高度运行时,该机车的机械效率为多少?

解:(1) 由图象可知,  $\eta$  与  $h$  的函数关系为一次函数关系.

设  $\eta = kh + b$  ( $k \neq 0$ ),  $\because$  一次函数图象过  $(0, 40\%)$ ,  $(5, 20\%)$  两点,

$$\therefore \begin{cases} 40\% = b, \\ 20\% = 5k + b. \end{cases}$$

解得  $k = -0.04$ ,  $b = 0.4$ .

$$\therefore \eta = -0.04h + 0.4 \quad (0 \leq h \leq 6.5).$$

(2) 当  $h = 3$  km 时,代入  $\eta = -0.04h + 0.4$ ,解得  $\eta = 0.28$ .

$\therefore$  当机车运行在海拔高度为 3 km 的时候,其机车的运行效率为 28%.

**【改编感悟】** 本题在常规封闭题的基础上改编而成,其特点是:在分类构造命题的基础上,对命题的真假性加以判断,同时对学生的推理、思维能力进行考查.本题提供了简洁清晰的思维线索,是一道能恰到好处地考查出学生运用图形信息解题能力的试题.

## 三、不同内容、不同素材之间的重组整合

单纯考查代数内容(或者几何内容、或者概率统计)单一知识点

的试题,往往只占中考试卷的较小部分的分值,中考试题命制教师更多地考虑的是,如何在同一学习领域(如代数、几何或概率统计)知识点的交汇处命制试题,或者在不同学习领域知识点的融合处设计问题,或者把各种题型组合起来命制试题.重组整合的常见方法是根据考查目标、考查内容确定命题材料的重组方式,然后设问.

### 1. 考查内容形式的整合

**【改编模式】**在保留原题内核不变的前提下,考虑添加一定的特殊符号或文字信息、图表信息或图形信息,或者新的定义,然后以新的表达方式呈现出来.其改编的一般模式如下:一般的问题载体;增加新的定义或采用新的表述方式.

#### 【改编试题举例】

例 6(07 安徽芜湖课改卷第 16 题)

定义运算“@”的运算法则为:  $x@y = \sqrt{xy+4}$ , 则  $(2@6)@8 =$  \_\_\_\_\_.

**【改编感悟】**这是一道新定义的常规题.本题通过定义运算“@”的运算法则为:  $x@y = \sqrt{xy+4}$ , 融入代数运算,体现了探索和发现数学的意义.

### 2. 考查方法和技能的重组

例 7(08 安徽芜湖课改卷第 20 题)

在抗震救灾活动中,某厂接到一份订单,要求生产 7200 顶帐篷支援四川灾区.后来由于情况紧急,该厂接收到上级指示,要求生产总量比原计划增加 20%,且必须提前 4 天完成生产任务.该厂迅速加派人员组织生产,实际每天比原计划每天多生产 720 顶,请问该厂实际每天生产多少顶帐篷?

**解:** 设实际需要  $x$  天完成生产任务,根据题意得

$$\frac{7200 \times (1 + 20\%)}{x} - \frac{7200}{x+4} = 720,$$

化简得,  $\frac{12}{x} - \frac{10}{x+4} = 1$ , 即  $12(x+4) - 10x = x(x+4)$ .

整理得  $x^2 + 2x - 48 = 0$ .

解得  $x_1 = 6$ ,  $x_2 = -8$  (不合题意,舍去).

$7200 \times (1 + 20\%) \div 6 = 1440$  (顶)

答:该厂实际每天生产帐篷 1440 顶.

**【改编感悟】**这是一道分式方程求解的应用题. 本题以抗震救灾活动中的生活现象为问题载体,提出了提高生产效率问题,问题简洁,贴近学生生活. 题目的设问也很新颖,本题若直接设每天生产多少顶帐篷,方程容易列出,而解较困难;若设  $x$  天完成生产任务,则设、解都非常方便. 编后最大的感受是此部分教学应具有一定的灵活性才好.

### 3. 不同知识点的重新组合

**【改编模式】**将彼此联系紧密的一些知识点,借助一定的素材,串联或并联起来,可以构造出一系列的问题.

#### 【改编试题举例】

例 8(06 安徽芜湖课改卷第 23 题)

抛掷红、蓝两枚六面编号分别为 1~6(整数)的质地均匀的正方体骰子,将红色和蓝色骰子正面朝上的编号分别作为二次函数  $y = x^2 + mx + n$  的一次项系数  $m$  和常数项  $n$  的值.

(1) 问这样可以得到多少个不同形式的二次函数? (只需要写出结果)

(2) 请求出抛掷红、蓝骰子各一次,得到的二次函数图象顶点恰好在  $x$  轴上的概率是多少? 并说明理由.

解: (1) 可以得到 36 个不同形式的二次函数.

(2) 解法一:  $y = x^2 + mx + n = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 + n - \frac{m^2}{4}$ .

$\because$  二次函数图象的顶点在  $x$  轴上,  $\therefore n - \frac{m^2}{4} = 0$ .

$\therefore m = \sqrt{4n} = 2\sqrt{n}$ . (其中  $m$ 、 $n$  为 1~6 的整数)

根据上式可知,只有当  $n$  取 1~6 中的完全平方数才有可能成立.



∴  $n$  的值只能取完全平方数 1 和 4.

通过计算可知,  $n = 1, m = 2$  和  $n = 4, m = 4$  均满足  $n - \frac{m^2}{4} = 0$ .

由此可知, 抛掷红、蓝骰子各一次, 得到的二次函数图象顶点在  $x$  轴上的概率是  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ .

解法二: ∵ 二次函数图象顶点落在  $x$  轴上, 即抛物线与  $x$  轴只有一个交点,

$$\therefore \Delta = m^2 - 4n = 0.$$

$$\therefore m = \sqrt{4n} = 2\sqrt{n}. \quad (\text{其中 } m, n \text{ 为 } 1 \sim 6 \text{ 的整数})$$

根据上式可知, 只有当  $n$  取 1~6 中的完全平方数才有可能成立.

∴  $n$  只能取完全平方数 1 和 4.

通过计算可知,  $n = 1, m = 2$  和  $n = 4, m = 4$  均满足  $\Delta = m^2 - 4n = 0$ .

由此得抛掷红、蓝骰子各一次, 得到的二次函数图象顶点在  $x$  轴上的概率是  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ .

**【改编感悟】** 这是一道将代数与概率综合在一起的考题, 在当年的试题中, 该题是比较新颖且有一定难度的. 题目较好地将二次函数的一次项系数  $m$ 、常数项  $n$  的值与图象特征结合在一起进行讨论, 对于图象顶点恰好在  $x$  轴上的概率的考查又结合了平方根与整数性质, 切入点非常独特. 此类试题给考生解决问题带来了较新的挑战.

#### 4. 各种题型的自然融合

**【改编模式】** 原型中本来也包含了多种题型(如作图题、计算题等), 将原来的题面以不同的形式呈现或将原来的条件重新组合, 就可以构造出一系列的问题.

#### 【改编试题举例】

**例 9**(07 安徽芜湖课改卷第 15 题)

如图 5-18,  $PQ = 3$ , 以  $PQ$  为直径的圆与一个以 5 为半径的

圆相切于点  $P$ , 正方形  $ABCD$  的顶点  $A$ 、 $B$  在大圆上, 小圆在正方形的外部且与  $CD$  切于点  $Q$ . 则  $AB =$  \_\_\_\_\_.

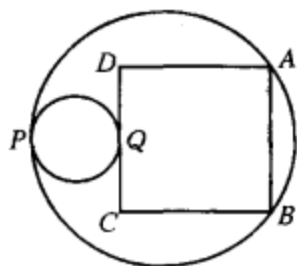


图 5-18

**【改编感悟】** 本题原型为两圆相切, 比较常见, 组合了与小圆外切同时与大圆内接的正方形后, 题目的呈现形式就焕然一新了. 本题需要运用勾股定理、一元二次方程等知识进行求解, 可以有效考查考生的探索、发现等能力.

**例 10**(06 安徽芜湖课改卷第 18 题)

一段路基的横断面是直角梯形, 如图 5-19(1)所示, 已知原来坡面的坡角  $\alpha$  的正弦值为 0.6, 现不改变土石方量, 全部利用原有土石方进行坡面改造, 使坡度变小, 达到如图 5-19(2)所示的技术要求. 试求出改造后坡面的坡度是多少?

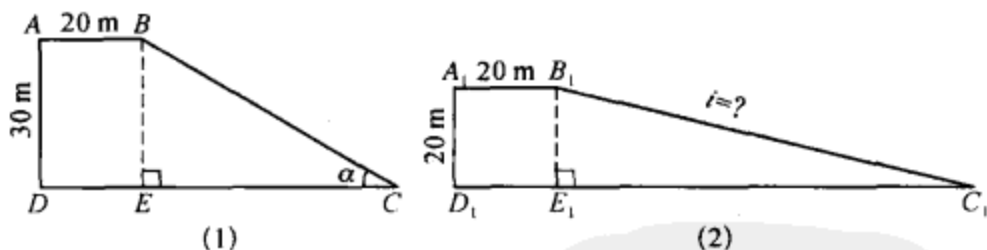


图 5-19

**解:** 由图 5-19(1)可知:  $BE \perp DC$ ,  $BE = 30$  m,  $\sin \alpha = 0.6$ .

在  $\text{Rt} \triangle BEC$  中,  $\because \sin \alpha = \frac{BE}{BC}$ ,  $\therefore BC = \frac{BE}{\sin \alpha} = \frac{30}{0.6} =$

50(m).

由勾股定理, 得  $EC = 40$  m.

在不改变土石方量, 全部充分利用原有土石方的前提下进行坡面改造, 使坡度变小, 则梯形  $ABCD$  的面积 = 梯形  $A_1B_1C_1D_1$  的面积.

解得,  $E_1C_1 = 80$  m.

$\therefore$  改建后的坡度  $i = B_1E_1 : E_1C_1 = 20 : 80 = 1 : 4$ .

**【改编感悟】** 本题的原型题在课本和复习资料上较为常见,而改编后的试题将问题背景和考查重心转移到了等积变换上,要求考生能利用解三角形和面积公式,求出改造后的坡度,设问角度新颖,有利于考查考生利用数学知识解决实际问题的能力.

#### 四、转变考查目标

一道常规的数学问题,当把它的条件的一部分、或结论的一部分转换一种表述方式时,考查的侧重点就可能发生较大的改变.例如,可以把对某一概念的侧重于文字表达能力的考查改为图形转换能力或计算能力、或实验能力的考查等.常见的转变考查目标的命题方法有如下几种形式:单纯的运算技能考查转化为应用能力考查;单纯的推理能力考查转化为实验操作与归纳探求能力考查;单纯的数、或形的知识内容的考查转化为数形结合能力的考查等.

##### 1. 单纯的运算技能考查转化为应用能力的考查

**【改编模式】** 保持原型的考查内容,在设计新的设问形式的同时,将希望考查的新的目标融入其中,可以构造出一系列的问题.

##### **【改编试题举例】**

**例 11**(07 安徽芜湖课改卷第 18 题)

芜湖供电公司分时电价执行时段分为平、谷两个时段,平段为 8:00~22:00,14 小时,谷段为 22:00~次日 8:00,10 小时.平段用电价格在原销售电价基础上每千瓦时上浮 0.03 元,谷段电价在原销售电价基础上每千瓦时下浮 0.25 元,小明家 5 月份实用平段电量 40 千瓦时,谷段电量 60 千瓦时,按分时电价付费 42.73 元.

(1) 问小明家该月支付的平段、谷段电价每千瓦时各为多少元?

(2) 如不使用分时电价结算,5 月份小明家将多支付电费多少元?

**解:** (1) 设原销售电价为每千瓦时  $x$  元,根据题意得:

$$40 \times (x + 0.03) + 60 \times (x - 0.25) = 42.73,$$

$$40x + 1.2 + 60x - 15 = 42.73,$$

$$100x = 42.73 + 13.8,$$

$$x = 0.5653.$$

当  $x = 0.5653$  时,  $x + 0.03 = 0.5953$ ,  $x - 0.25 = 0.3153$ .

答:小明家该月支付平段电价为每千瓦时 0.5953 元,谷段电价为每千瓦时 0.3153 元.

$$(2) 100 \times 0.5653 - 42.73 = 13.8(\text{元}).$$

答:如不使用分时电价结算,小明家 5 月份将多支付 13.8 元.

**【改编感悟】**应用数学解决生活中的一些诸如环保、经济等问题在中学数学学习中具有十分重要的地位,对经济相关的考查多见于代数的方程问题、简单的比较与推理等过程中.本题源于生活实际的分时电费支付问题,题目构思新颖.它将常规的用电与节省的环保意识联系起来,把单纯的技能考查转换为技能运用的考查,这可以让学生深刻地感受到数学在生活中的价值.

**例 12**(06 安徽芜湖课改卷第 19 题)

2006 年 6 月 5 日(世界环境日),某市发布了一份空气质量抽样调查报告,其中该市 1~5 月随机调查的 30 天各空气质量级别的天数如下表:

空气污染指数	0~50	51~100	101~150	151~200	201~250
空气质量级别	优	良	轻微污染	轻度污染	中度污染
天 数	7	13	4	4	2

(1) 请你估计该市 2006 年的空气质量主要是什么级别?

(2) 请你根据抽样数据,预测该市 2006 年空气质量级别为优和良级别的天数共约有多少天?(结果保留整数)

(3) 请你根据调查报告,对有关部门提几条关于建设“绿色城市”的建议.

**解:** (1) 该市的空气质量级别主要是良.

$$(2) \because 365 \times \frac{7+13}{30} = \frac{730}{3} \approx 243(\text{天}),$$

∴ 该市 2006 年空气质量级别为优和良级别的天数共约为 243 天.

(3) 只要提出改善该市空气质量状况的合理建议即可.

**【改编感悟】** 中考对统计图表的考查着重在读图、识图和从图形中获取有效信息等方面. 此类题在近年中考中出现得比较频繁, 其编制目的主要是培养学生应用数学解决生活中的一些诸如环保、经济等问题的意识. 此类试题要求并不太高, 它只要求学生具有一定的数据转换能力和图形表述能力.

2. 单纯的数、或形的知识内容的考查转化为数形结合能力的考查

**【改编模式】** 将原有的代数知识赋予几何意义, 或者将几何图形用代数形式加以表示, 然后将代数知识与几何知识有机地整合, 就可以构造出一系列的问题.

**【改编试题举例】**

例 13(08 安徽芜湖课改卷第 8 题)

如图 5-20, 两正方形彼此相邻且内接于半圆, 若小正方形的面积为  $16 \text{ cm}^2$ , 则该半圆的半径为( ).

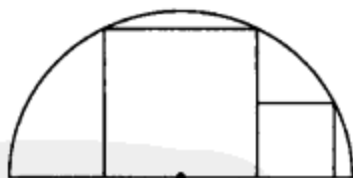


图 5-20

- A.  $(4 + \sqrt{5}) \text{ cm}$       B.  $9 \text{ cm}$   
C.  $4\sqrt{5} \text{ cm}$       D.  $6\sqrt{2} \text{ cm}$

**【改编感悟】** 本题以半圆内接正方形为原型, 进一步拓展为让其再内接一小正方形, 要求考生结合半圆与正方形和相似知识进行计算, 体现了数形结合的重要思想.

例 14(07 安徽芜湖课改卷第 21 题)

如图 5-21, 在直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点坐标为  $A(7, 1)$ 、 $B(8, 2)$ 、 $C(9, 0)$ .

(1) 请在图中画出  $\triangle ABC$  的一个以点  $P(12, 0)$  为位似中心, 相似比为 3 的位似图形; (要求与  $\triangle ABC$  同在  $P$  点一侧)

(2) 求线段  $BC$  的对应线段  $B'C'$  所在直线的解析式.

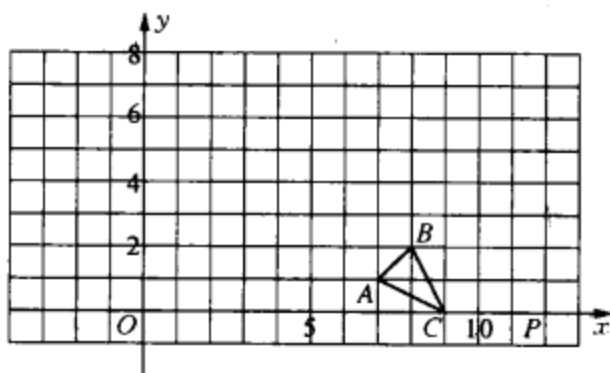


图 5-21

解：(1) 画出 $\triangle A'B'C'$ ，如图 5-22 所示。

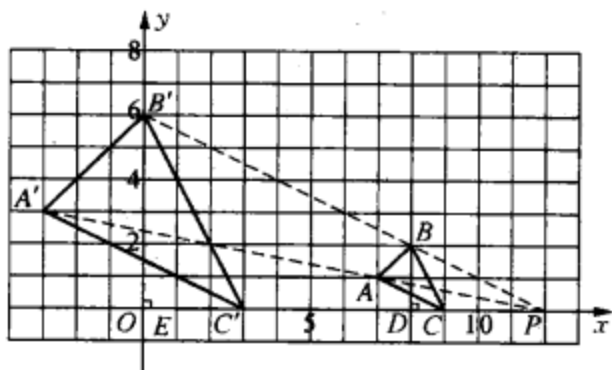


图 5-22

(2) 作  $BD \perp x$  轴,  $B'E \perp x$  轴, 设垂足分别是  $D$ 、 $E$  点, 则  $B'E \parallel BD$ .

$$\therefore \frac{B'E}{BD} = \frac{PE}{PD} = \frac{PB'}{PB}.$$

$$\because B(8, 2), \therefore OD = 8, BD = 2.$$

$$\therefore PD = 12 - 8 = 4.$$

$\because \triangle A'B'C'$  与  $\triangle ABC$  的相似比为 3,

$$\therefore \frac{PB'}{PB} = 3.$$

$$\therefore \frac{B'E}{2} = \frac{PE}{4} = 3.$$

$$\therefore B'E = 6, PE = 12.$$

$\because PO = 12, \therefore E$  点与  $O$  点重合, 线段  $B'E$  在  $y$  轴上.

$\therefore B'$  点坐标为  $(0, 6)$ .

同理  $PC' : PC = 3 : 1$ .

又  $\because PC = OP - OC = 12 - 9 = 3, \therefore PC' = 9$ .

$\therefore OC' = 12 - 9 = 3. \therefore C'$  点坐标为  $(3, 0)$ .

设线段  $B'C'$  所在直线的解析式为  $y = kx + b$ ,

$$\text{则} \begin{cases} 6 = 0 \cdot k + b, \\ 0 = 3 \cdot k + b, \end{cases} \therefore k = -2, b = 6.$$

$\therefore$  线段  $B'C'$  所在直线解析式为  $y = -2x + 6$ .

**【改编感悟】** 编制本题的出发点是考查学生的绘图能力, 使之在绘图的基础上, 再根据位似变换后得到的图象求出函数的解析表达式. 新课程强调从数的角度去思考形的问题, 从形的角度去研究数的规律. 本题的设计推陈出新, 既考虑到考查一次函数图象的画法, 又兼顾到考查交点的坐标与方程组解的关系的认识, 体现了数形结合的重要思想. 总体而言, 本题的立意相对较独特, 在综合考查知识与能力方面效果较好, 学生、教师对该题都较满意. 原题位似需要考虑两种情况, 后来考虑到要降低难度, 就增加了一个条件: “要求与  $\triangle ABC$  同在  $P$  点一侧”, 把两种情况变为了一种情况.

### 3. 单纯的推理能力转化为实验操作能力、归纳探求能力考查

**【改编模式】** 将原题加以分解, 从问题的应用范围或起源、问题在新情境中的陈述、解决问题的操作方式的探求等角度, 将问题进行多层次的解剖, 然后选择合适的组合方式, 可以构造出一系列的问题.

#### **【改编试题举例】**

**例 15** (08 安徽芜湖课改卷第 16 题)

从下列图中选择四个拼图板, 可拼成一个矩形, 正确的选择方案为 \_\_\_\_\_. (只填写拼图板的代码)



图 5-23

**【改编感悟】** 在研究几何时,新课程倡导用“直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算”的方式展开学习. 本题的设计较好地体现了新课程的精神. 本题给出了一个用四边形拼出矩形的操作实例,其中蕴含着对镶嵌知识、逻辑推理能力,以及合理选取特殊平行四边形的判定方法的要求,同时,本题的设计还反映了考查镶嵌知识着眼点的变换. 这样的考查,融研究性学习于动手实践中,既有直观感知和动手操作,又有思辨性的推理可以保证前进的方向,不仅展示了新课程学业考试题目的新面貌,对初中数学的教学也有着良好的导向作用.

## 第五节 新编试题的一般方法与常见模式

新编试题是相对于常规试题和改编试题而言的,其突出特征是“打破常规,出人意料但又合情合理”. 简单地说,新编试题就是根据所选取的考查内容,按照考查的要求,选取合适的素材,打破常规形成的原创试题. 中考数学试卷中的创新试题主要体现为背景新、素材新、组合新、设问新和立意新等五大特点,其常见的命制方法有如下几种.

### 1. 从生活中提炼新颖的素材,形成原创

生活中的很多问题都可以从数学的角度加以认识,当用数学的眼光来观察周围的世界时,往往可以发现许多可以用于编制试题的有趣素材. 从生活中提炼新的素材,编出背景为学生所熟悉的好试题,能够反映出命题者独到的眼光和深厚的数学功底.



# 【新编试题举例】

例 1(05 安徽芜湖课改卷第 2 题)

请阅读一小段约翰·斯特劳斯作品,根据乐谱中的信息,确定最后一个音符的时值长应为( )。

- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{3}{4}$



图 5-24

【改编感悟】初中数学应该是学生生活世界的数学,它的应用应处处可见.本题选择了乐谱作为试题载体,新颖别致.将简单的乐谱通过适当地标注与音符的时值长相联系,编制出的试题新颖且有学科整合的特色.在现实生活中,有许多的新奇事物和美丽图案,将它们作为试题背景构造出的数学试题往往可以成为试卷的亮点.

例 2(06 安徽芜湖课改卷第 3 题)

万众瞩目的 2006 世界杯足球赛在德国举行,足球场平面示意图如图 5-25 所示,它是轴对称图形,其对称轴条数为( )。

- A. 1      B. 2  
C. 3      D. 4

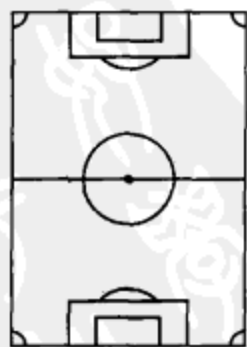


图 5-25

【命题感悟】现实生活中的许多图案都具有轴对称、中心对称的性质.本题将大家对 2006 世界杯足球赛的关注聚焦于球场,让学生通过细细分析足球场的平面示意图,寻找几何图形的对称性,从中感受数学美和数学无处不在.编制该试题的主要难度在于精确作出足球场的平面示意图.

2. 从知识图形的叠加与组合中,推陈出新  
例 3(07 安徽芜湖课改卷第 20 题)

已知多边形  $ABDEC$  是由边长为 2 的等边三角形  $ABC$  和正方形  $BDEC$  组成,一圆过  $A$ 、 $D$ 、 $E$  三点,求该圆半径的长.

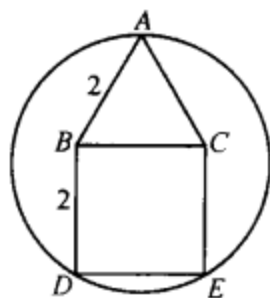


图 5-26

解: 方法一. 如图 5-27, 将正方形  $BDEC$  上的等边  $\triangle ABC$  向下平移得等边  $\triangle ODE$ , 其底边与  $DE$  重合.

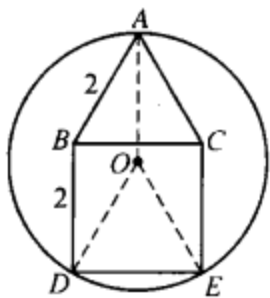


图 5-27

- $\because A, B, C$  的对应点分别是  $O, D, E$ ,
- $\therefore OD = AB, OE = AC, AO = BD$ .
- $\because$  等边  $\triangle ABC$  和正方形  $BDEC$  的边长都是 2,
- $\therefore AB = BD = AC = 2$ .
- $\therefore OD = OA = OE = 2$ .
- $\because A, D, E$  三点不在同一直线上,
- $\therefore A, D, E$  三点确定一圆,
- $\because O$  到  $A, D, E$  三点的距离相等,  $\therefore O$  点为圆心,  $OA$  为半径.
- $\therefore$  该圆的半径长为 2.

方法二. 如图 5-28, 作  $AF \perp BC$ , 垂足为  $F$ , 并延长交  $DE$  于  $H$  点.

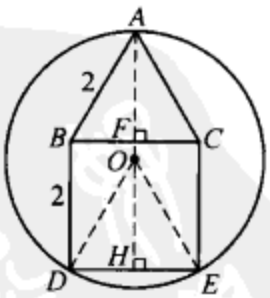


图 5-28

- $\because \triangle ABC$  为等边三角形,
- $\therefore AF$  垂直平分  $BC$ .
- $\because$  四边形  $BDEC$  为正方形,
- $\therefore AH$  垂直平分正方形的边  $DE$ .

又  $DE$  是圆的弦,  $\therefore AH$  必过圆心, 记圆心为  $O$  点, 并设  $\odot O$  的半径为  $r$ .

在  $\text{Rt}\triangle ABF$  中,  $\because \angle BAF = 30^\circ$ ,

$$\therefore AF = AB \cdot \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore OH = AF + FH - OA = \sqrt{3} + 2 - r.$$

在  $\text{Rt}\triangle ODH$  中,  $OH^2 + DH^2 = OD^2$ .

$\therefore (2 + \sqrt{3} - r)^2 + 1^2 = r^2$ . 解得  $r = 2$ .  $\therefore$  该圆的半径长为 2.

**【命题感悟】** 本题将正方形、圆、正三角形的性质较好地结合起来, 考生着眼点不同则可能得到不同的解法. 同时, 该题巧妙利用了对称和平移变换的思想, 既考查了从图形背景中抽象简单数学模型的能力, 又考查了基本图形的简单计算, 结构简洁, 构思巧妙. 题目的设计体现了数学知识的灵活应用及因此而带来的数学思维的变化.

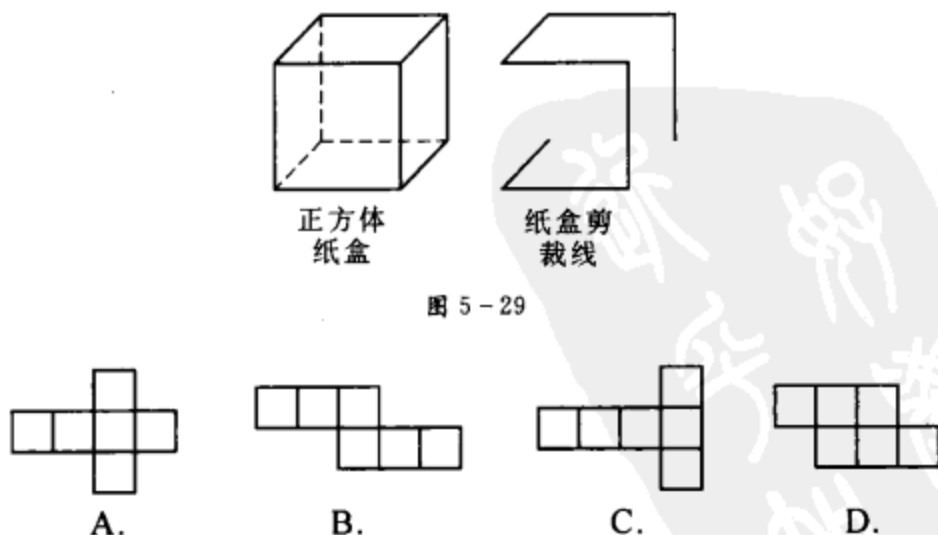
### 3. 从实验操作、探索发现中, 找寻灵感

近年中考数学试卷中, 有一个共同的优点: 将一些操作性的实践活动引进中考试卷, 从而构造出一道道鲜活的、深受学生喜爱的优秀试题, 这些操作性活动可以是折、剪、拼、摆、叠、画等多种形式.

#### 【新编试题举例】

**例 4**(08 安徽芜湖课改卷第 10 题)

将一正方体纸盒沿图 5-29 所示的线剪开, 展开成平面图, 其展开图的形状为( ).



**【命题感悟】** 本题的设计思路源于立体图形展开图, 此处并没有像教材内容那样进行讨论, 问正方体立体图形展开有多少种情况? 而是从另一角度给出正方体表面的剪裁线后, 问其平面展开图形状, 此种设计较好地找到了考查此知识点的入口. 新课标强调数学学习活动

的情境设置和学生的主动参与,本题让学生实际动手,在操作过程中呈现“图形与变换”的内容,体现了课改所倡导的学习方式.

#### 4. 从媒体图表、数据信息中,体验数学

生活中有许多素材,如媒体报道、图表说明等都是可以编制试题的好材料,对命题教师而言,关键是要挑选出恰当地、符合学生心理接受能力的素材.

#### 【新编试题举例】

例 5(08 安徽芜湖课改卷第 19 题)

下表给出 1980 年至今的百米世界记录情况:

国籍	姓名	成绩(秒)	日期	国籍	姓名	成绩(秒)	日期
牙买加	博尔特	9.72	2008.6.1	美 国	格林	9.79	1999.6.16
牙买加	鲍威尔	9.74	2007.9.9	加拿大	贝利	9.84	1996.7.27
牙买加	鲍威尔	9.77	2006.8.18	美 国	伯勒尔	9.85	1994.6.7
牙买加	鲍威尔	9.77	2006.6.11	美 国	刘易斯	9.86	1991.8.25
美 国	加特林	9.77	2006.5.12	美 国	伯勒尔	9.90	1991.6.14
牙买加	鲍威尔	9.77	2005.6.14	美 国	刘易斯	9.92	1988.9.24
美 国	蒙哥马利	9.78	2002.9.14	美 国	史密斯	9.93	1983.7.3

(1) 请你根据以上成绩数据,求出该组数据的众数为\_\_\_\_\_,极差为\_\_\_\_\_.

(2) 请在下图中用折线图描述此组数据.

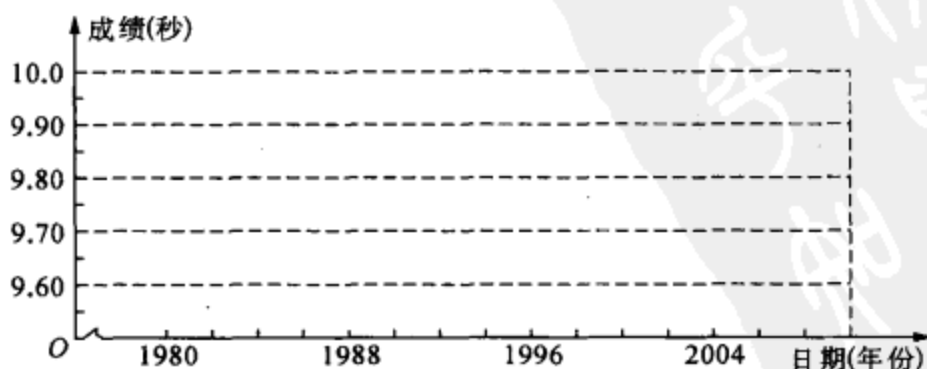


图 5-30

**【命题感悟】** 编制本题的背景是博尔特在田径短跑中创造了新的世界记录,基本思路为统计问题情境化.该题是利用报纸媒体上的统计图表编制出的简单的数据分析题.它既可以直接考查学生从统计图表中获取信息的能力,又可以考查学生利用统计图表提供的信息作图说明问题的能力.此外,在某些折线统计图中,涉及到的两个元素(例如时间与速度),还可以看成是一种函数关系,因而,在一定程度上可用函数的变化趋势来描述统计量的变化趋势.博尔特在此后的一段时间里屡次打破世界记录也证明了这一点.用数据说话的魅力由此可见一斑.

#### 5. 从考查思维过程的角度,挖掘本质

近年各地的中考数学试卷中涌现出了不少有新意的考查学生解题思维过程的题目,如:从改造试题设计来了解考生解决问题过程中的思考方式,要求考生阐述自己的思维过程,写出多种的解题策略,自主选择解题,通过阅读来获取解题的信息等.

#### 【新编试题举例】

**例 6**(07 安徽芜湖课改卷第 22 题)

一园林设计师要使用长度为  $4L$  的材料建造如图 5-31 所示的花圃,该花圃是由四个形状、大小完全一样的扇环面组成,每个扇环面如图 5-32 所示,它是以点  $O$  为圆心的两个同心圆弧和延长后通过  $O$  点的两条直线段围成,为使得绿化效果最佳,还须使得扇环面积最大.

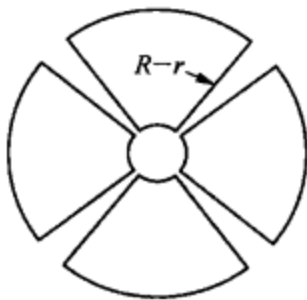


图 5-31

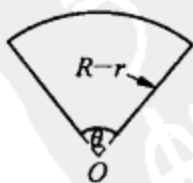


图 5-32

(1) 求使图 5-31 花圃面积为最大时  $R-r$  的值及此时花圃面

积,其中  $R$ 、 $r$  分别为大圆和小圆的半径;

(2) 若  $L = 160\text{ m}$ ,  $r = 10\text{ m}$ , 求使图 5-32 面积为最大时的  $\theta$  值.

(1) 解: 若使形如图 5-31 花圃面积为最大, 则必定要求图 5-32 扇环面积最大.

设图 5-32 扇环的圆心角为  $\theta$ , 面积为  $S$ , 根据题意得:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\theta\pi R}{180} + \frac{\theta\pi r}{180} + 2(R-r), \\ &= \theta \cdot \frac{\pi(R+r)}{180} + 2(R-r). \end{aligned}$$

$$\therefore \theta = \frac{180[L - 2(R-r)]}{\pi(R+r)}.$$

$$\begin{aligned} \therefore S &= \frac{\theta\pi R^2}{360} - \frac{\theta\pi r^2}{360} = \frac{\pi}{360} \cdot \theta \cdot (R^2 - r^2) \\ &= \frac{\pi}{360} \cdot \frac{180[L - 2(R-r)]}{\pi(R+r)} \cdot (R^2 - r^2) \\ &= \frac{1}{2}[L - 2(R-r)] \cdot (R-r) = -(R-r)^2 + \frac{1}{2}L(R-r) \\ &= -\left[(R-r) - \frac{L}{4}\right]^2 + \frac{L^2}{16}. \end{aligned}$$

$\therefore$  式中  $0 < R-r < \frac{L}{2}$ ,  $\therefore S$  在  $R-r = \frac{L}{4}$  时为最大, 最大值为  $\frac{L^2}{16}$ .

$\therefore$  花圃面积最大时  $R-r$  的值为  $\frac{L}{4}$ , 最大面积为  $\frac{L^2}{16} \times 4 = \frac{L^2}{4}$ .

(2)  $\therefore$  当  $R-r = \frac{L}{4}$  时,  $S$  取值最大,

$$\therefore R-r = \frac{L}{4} = \frac{160}{4} = 40(\text{m}), R = 40 + r = 40 + 10 = 50(\text{m}).$$

$$\begin{aligned} \therefore \theta &= \frac{180[L - 2(R-r)]}{\pi(R+r)} = \frac{180 \times (160 - 2 \times 40)}{\pi \times 60} \\ &= \frac{240}{\pi}(\text{度}). \end{aligned}$$

**【命题感悟】** 本题以生活中的花圃设计为背景,研究扇形与扇环的关系,考查学生能否利用扇形周长公式推导出扇环一般公式.此种设计是对基本知识与基本方法的一种超越,它的考查力度较为深刻,一般考生在此题上的得分率不高.

## 6. 从理论方法的创新中,寻求突破

**例 7**(06 安徽芜湖课改卷第 23 题)

阅读以下材料,并解答以下问题.

“完成一件事有两类不同的方案,在第一类方案中有  $m$  种不同的方法,在第二类方案中有  $n$  种不同的方法.那么完成这件事共有  $N = m + n$  种不同的方法,这是分类加法计数原理;完成一件事需要两个步骤,做第一步有  $m$  种不同的方法,做第二步有  $n$  种不同的方法.那么完成这件事共有  $N = m \times n$  种不同的方法,这就是分步乘法计数原理.”如完成沿图 5-33 所示的街道从 A 点出发向 B 点行进这件事(规定必须向北走,或向东走),会有多种不同的走法,其中从 A 点出发到某些交叉点的走法数已在图 5-34 填出.

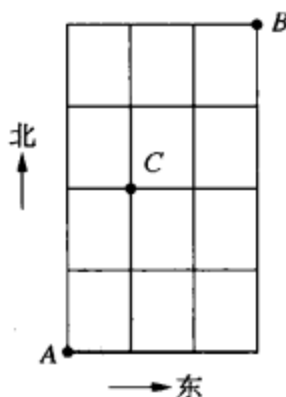


图 5-33

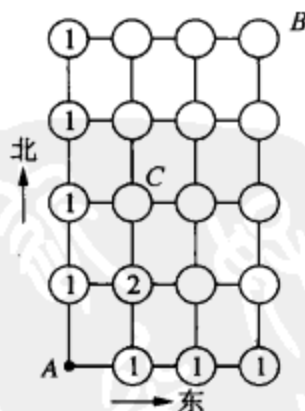


图 5-34

(1) 根据以上原理和图 5-34 的提示,算出从 A 出发到达其余交叉点的走法数,将数字填入图 5-34 的空圆中,并回答从 A 点出发到 B 点的走法共有多少种?

(2) 运用适当的原理和方法算出从 A 点出发到达 B 点,并禁止

通过交叉点 C 的走法有多少种？

(3) 现由于交叉点 C 道路施工，禁止通行。求如任选一种走法，从 A 点出发能顺利开车到达 B 点(无返回)概率是多少？

解：(1)  $\because$  完成从 A 点到 B 点必须向北走，或向东走，

$\therefore$  到达 A 点以外的任意交叉点的走法数只能是与其相邻的南边交叉点和西边交叉点的数字之和。

故使用分类加法计数原理，由此算出从 A 点到达其余各交叉点的走法数，填表如图 5-35。

答：从 A 点到 B 点的走法共有 35 种。

(2) 方法一：可先求从 A 点到 B 点，并经过交叉点 C 的走法数，再用从 A 点到 B 点总走法数减去它，即得从 A 点到 B 点，但不经过交叉点 C 的走法数。

完成从 A 点出发经 C 点到 B 点这件事可分两步，先从 A 点到 C 点，再从 C 点到 B 点。使用分类加法计数原理，算出从 A 点到 C 点的走法是 3 种，见图 5-36；算出从 C 点到 B 点的走法为 6 种，见图 5-37，再运用分步乘法计数原理，得到从 A 点经 C 点到 B 点的走法有  $3 \times 6 = 18$  种。

$\therefore$  从 A 点到 B 点但不经过 C 点的走法数为  $35 - 18 = 17$  种。

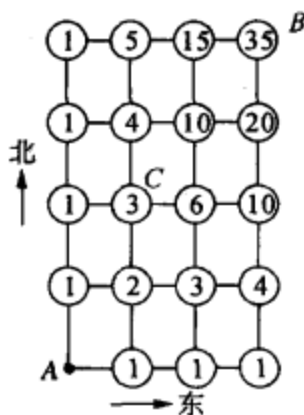


图 5-35

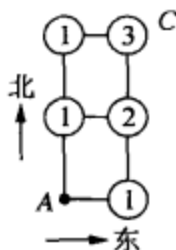


图 5-36

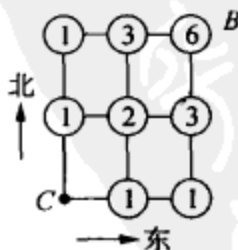


图 5-37

方法二：由于交叉点 C 道路施工，禁止通行，故视为相邻道路不



通,可删除与C点紧相连的线段.运用分类加法计数原理,算出从A点到B点并禁止通过交叉点C的走法有17种.从A点到各交叉点的走法数见图5-38.

∴从A点到B点并禁止经过C点的走法数为  $35 - 18 = 17$  种.

$$(3) P(\text{顺利开车到达} B \text{点}) = \frac{17}{35}.$$

答:任选一种走法,顺利开车到达B点的概率是  $\frac{17}{35}$ .

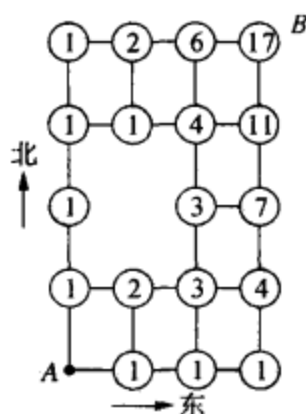


图 5-38

**【命题感悟】** 本题的命制是想从概率的定义出发,从设计生活中的问题入手,在解决实际生活中的概率问题上找寻方法上的突破.由于该题过于追求理论与方法的创新,所以尽管命题者想通过图示的方法和文字的说明降低难度、提示解法,但考后的实际情况是学生感到文字阅读量较多,理解有困难,解不达意的现象较多.考后许多教师通过深入研讨此题的解法发现,此题的命制在解法上确实有所突破,但考查效度还是较低的,这也是中考命题需要吸取的教训.

(1) 求在该展开图中可画出最长线段的长度？这样的线段可画几条？

(2) 试比较立体图中  $\angle BAC$  与平面展开图中  $\angle B_1A_1C_1$  的大小关系？

(2005 安徽芜湖中考试题第 21 题)

### 【编制过程】

#### 一、编制题目的最初动机

本题编制的最初动机是希望通过一道学生熟悉背景的试题来较好地体现课改的新理念，并努力贯彻初中义务教育阶段数学课程标准中的直观感知、操作确认的数学教学思想方法，适当增加合情推理和逻辑推理的成分，在培养学生熟练地掌握数学学习方法和综合运用数学的能力方面作一些大胆而有益的尝试。

#### 二、编制题目的起点

编制这道题最初思路的原型来源于内容接近的两道题：一道是华东师大版新课标教材八(下)P79 页练习第 3 题，另一道是人教(大纲版)教材中 P240 页 B 组第 2 题。

原题简述：如图 6-2，正方形网格上有两个三角形  $A_1B_1C_1$  和  $A_2B_2C_2$ ，求证  $\triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$ 。

此外人教(大纲版)高一教材 P89 页第 17 题中出现的一道题也为我们提供了灵感。

原题是：如图 6-3，三个相同的正方形相接，求证  $\alpha + \beta = 45^\circ$ 。

该道题中求  $\alpha + \beta = 45^\circ$  的度数与本试题第二小题考查知识点完全等价。

通过仔细斟酌，我们先将上题改编为：如图 6-4(1)为三个形状相同的正方形，求  $(\angle BAD + \angle CAD)$  的度数。

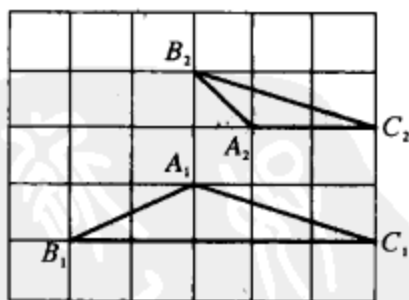


图 6-2

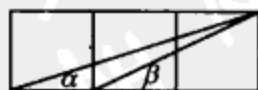


图 6-3

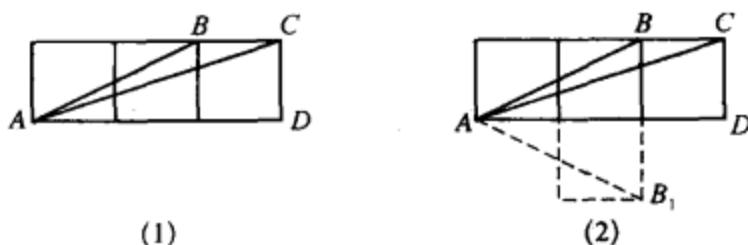


图 6-4

再接着运用变换思想对这道题进行“改造”，把中间的正方形沿  $AD$  所在直线向下翻折或作对称，得到图 6-4(2)（方法不唯一），基本得到第 21 题的第二小题。当时考虑的思路是：求  $(\angle BAD + \angle CAD)$  的度数，也即转化为求  $\angle B_1AC$  的度数。这样初中学生完全可以用简单方法解决，而在原人教版高中教材中，对该题的处理，教师和学生一般是通过两角和的三角函数来解的。

本命题组成员对初、高中数学教材都非常熟悉，这样既能结合课改与传统教材，同时又能灵活运用直观教学手段。通过适当地添加背景，如：本题在方格图中构造角，并较巧妙地利用正方体的平面展开图，着眼格点图的角度，题目呈现形式则简单而不失新意。

### 三、编制的策略与方法

#### （一）策略：选材生活化

选题贴近生活。正方体纸盒的平面展开图，学生在“做一做”中都操作实践过，学生较为熟悉，这样的选材可以使考试具有较好的公平性。作为考试试题，其对熟悉的素材进行了提炼与加工，很好地体现了数学是有价值的核心理念，让学生在有体验的情境中解题，使学生感受到数学就在身边，感受到数学试题不是束之高阁的抽象命题，也不一定是全由晦涩的、难以理解的符号与逻辑推理构成的，加上试题文字描述生活化，可以很好地激发学生的解题兴趣。

(二) 方法:解法多样化

这道题的解法多样,学生所给解法的多样性超出了我们的预期.第(1)问易得,方法大多相似;第(2)问中  $\angle BAC = 45^\circ$ , 下面就求  $\angle B_1A_1C_1$  的多种解法汇总如下:

解法 1:利用勾股定理逆定理.

如图 6-5, 连结  $B_1C_1$ .

由勾股定理得:  $A_1B_1 = \sqrt{5}$ ,  $B_1C_1 = \sqrt{5}$ ,  $A_1C_1 = \sqrt{10}$ .

$$\because (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{10})^2,$$

$$\therefore A_1B_1^2 + B_1C_1^2 = A_1C_1^2.$$

由勾股定理的逆定理得  $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$ .

又  $A_1B_1 = B_1C_1$ ,  $\therefore \triangle A_1B_1C_1$  为等腰直角三角形.

$$\therefore \angle C_1A_1B_1 = 90^\circ \div 2 = 45^\circ.$$

从而  $\angle CAB = \angle C_1A_1B_1$ .

解法 2:利用三角形全等知识.

如图 6-6, 连结  $B_1C_1$ .

$$\because \begin{cases} A_1E = B_1F = 2, \\ B_1E = C_1F = 1, \\ \angle A_1EB_1 = \angle B_1FC_1 = 90^\circ, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle A_1EB_1 \cong \triangle B_1FC_1. \text{ (SAS)}$$

$$\therefore A_1B_1 = B_1C_1, \angle B_1A_1E = \angle C_1B_1F.$$

$$\because \angle B_1A_1E + \angle A_1B_1E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1B_1C_1 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle C_1A_1B_1 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle C_1A_1B_1 = \angle CAB.$$

解法 3:利用三角形相似的知识.

① 展开图中相似

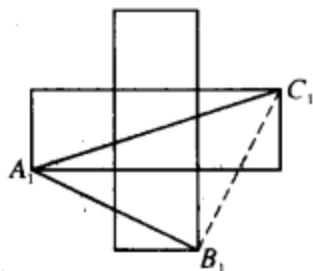


图 6-5

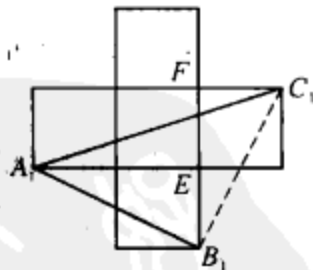


图 6-6

如图 6-7, 连结  $EC_1$ 、 $GB_1$ .

在  $\triangle A_1EC_1$  与  $\triangle B_1GA_1$  中,

$$\therefore \frac{A_1E}{B_1G} = \frac{2}{\sqrt{2}}, \text{ 即 } \frac{A_1E}{B_1G} = \frac{\sqrt{2}}{1}, \frac{EC_1}{GA_1} = \frac{\sqrt{2}}{1}.$$

$$\therefore \frac{A_1E}{B_1G} = \frac{EC_1}{GA_1}.$$

又  $\angle A_1EC_1 = \angle B_1GA_1 = 135^\circ$ ,

$\therefore \triangle A_1EC_1 \sim \triangle B_1GA_1$ .

$\therefore \angle GA_1B_1 = \angle EC_1A_1$ .

$\therefore \angle C_1A_1E + \angle EC_1A_1 = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle C_1A_1B_1 = \angle C_1A_1E + \angle GA_1B_1 = 45^\circ = \angle CAB$ .

② 展开图与原立体图形中的平面图形相似

如图 6-8, 连结  $B_1C_1$ .

在  $\triangle ABC$  与  $\triangle A_1B_1C_1$  中,

$$\therefore \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{AC}{A_1C_1} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore \frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ .

$\therefore \angle B_1A_1C = \angle BAC = 45^\circ$ .

解法 4: 整体把握构造图形.

如图 6-9, 连结  $IC_1$ 、 $C_1B_1$ 、 $B_1A_1$ 、 $A_1I$ , 易得四边形  $IA_1B_1C_1$  为正方形.

$\therefore A_1C_1$  为正方形对角线,

$\therefore \angle C_1A_1B_1 = 45^\circ$ .

解法 5: 借助三角函数.

① 如图 6-10, 在  $\text{Rt} \triangle A_1JC_1$  中 (用勾股定理逆定理易证  $\triangle A_1JC_1$  为直角三角形),

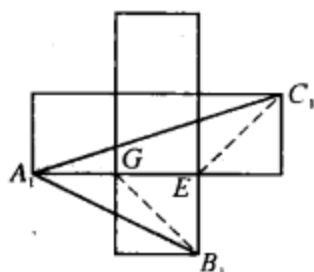


图 6-7

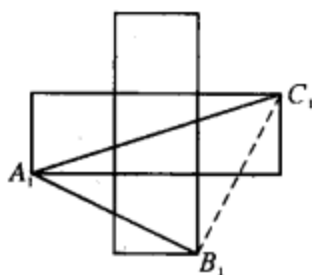


图 6-8

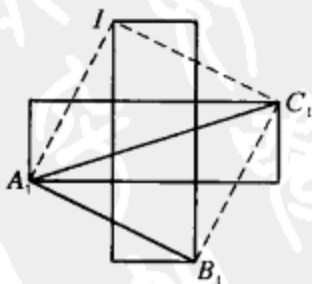


图 6-9

$$\tan \angle JA_1C_1 = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

在  $\text{Rt}\triangle A_1EB_1$  中,  $\tan \angle EA_1B_1 = \frac{1}{2}$ .

$$\therefore \tan \angle JA_1C_1 = \tan \angle EA_1B_1.$$

$\because \angle JA_1C_1, \angle EA_1B_1$  均为锐角,

$$\therefore \angle JA_1C_1 = \angle EA_1B_1.$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle C_1A_1B_1 &= \angle EA_1B_1 + \angle EA_1C_1 \\ &= \angle EA_1C_1 + \angle JA_1C_1 \\ &= 45^\circ = \angle CAB.\end{aligned}$$

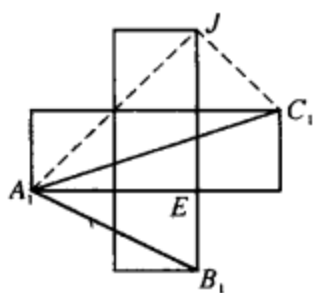


图 6-10

② 如图 6-11, 连结  $B_1C_1$ .

$$\because A_1B_1 = B_1C_1 = \sqrt{5} \text{ (勾股定理)},$$

$$\text{且 } \tan \angle A_1B_1E = 2, \tan \angle C_1B_1F = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan \angle A_1B_1E \cdot \tan \angle C_1B_1F = 1.$$

$$\therefore \angle A_1B_1E + \angle C_1B_1F = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$  为等腰直角三角形.

$$\therefore \angle C_1A_1B_1 = 45^\circ = \angle CAB.$$

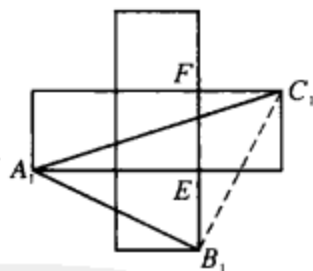


图 6-11

③ 如图 6-11, 连结  $B_1C_1$ .

$$\because \tan \angle C_1A_1E = \frac{1}{3}, \tan \angle EA_1B_1 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan(\angle C_1A_1E + \angle EA_1B_1)$$

$$= \frac{\tan \angle C_1A_1E + \tan \angle EA_1B_1}{1 - \tan \angle C_1A_1E \cdot \tan \angle EA_1B_1} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = 1.$$

$\because \angle C_1A_1E + \angle EA_1B_1$  为锐角,

$$\therefore \angle C_1A_1E + \angle EA_1B_1 = 45^\circ.$$

#### 四、问题与克服

通过上述收集到的部分解题方法, 可以看到其中解法 1、4 是比

较有新意的. 这道题解题思路入口较宽, 方法可以多样, 不拘一格. 既可以用实验操作方法, 直接感知确认结果, 又可通过数学建模去解决. 从用纯数学知识解法角度来看, 既用到解  $Rt\triangle$  知识(其中包括用勾股定理或用三角函数知识等), 又用到相似三角形的知识. 以上各种解题方法充分体现了不同的学生在数学的学习中可以得到不同的发展. 可喜的是, 有的同学甚至用到高中的三角函数变换知识(如解法 5 中的③)来解决此题.

**问题 1:**如何解决方格图与立体图的关系?

题目最初原型是在方格图中的图形, 通过去掉不需要的方格可以发现, 剩余的方格图与正方体的平面展开图相似, 于是对题目图形进行改造, 引入打开正方体纸盒将其展开为平面图的操作探索过程, 立意较为新颖.

**问题 2:**如何体现变换的思想和三角形相似及三角函数的关系?

利用正方体展开图解决了立体图形与方格图之间的联系问题, 在立方体的一平面中简单讨论平面角, 在平面展开图中再次讨论新的平面角, 建立起空间与平面角的联系, 题目引入自然, 更为巧妙的是在命题过程中我们发现我们关心的两个平面角竟然是相等的.

**问题 3:**难度适当

这道题没有人为地设置情境与障碍, 它让每一位同学都能根据自己已有的经验以及对数学的感悟与理解, 凭借自身已获得的数学知识去解决问题. 学生思维“跳一跳”, 就可以摘到“桃子”. 题目中第一问答案简单、明了, 很少有人不会解答. 它是第二问的基础, 为第二问的解决作了铺垫, 提供了思路引导. 第二问是在前问基础上的顺应与拔高, 难度适中, 两个问题之间过渡、衔接自然.

**【得与失】**

该题在命制的指导思想较好地体现了新课改的新理念, 贯彻了课程标准中让学生在操作实践中发现数学的思想方法, 在培养学生基本动手、动脑能力方面作了有益的尝试.

通过对上述题目的简单剖析, 我们认为这道题具有很好的理论

支撑,突出了两个功能,主要表现在:

### 1. 把学习过程间接纳入了评价范畴

数学学习的内容不仅包括已有数学知识,而且还包括知识的形成过程.在一定程度上讲,考试的作用不是“万能”的,它原本只是以题目为载体,静态地考查学生对知识掌握的程度,以分数去“刻画”学生的“价值”.这样做,有很大的不全面性.从考试角度来看,还需要动态地考查学生用获得知识去解决问题的能力.这道题对此进行了尝试,并做到了这一点,学生得以在探究中解决问题.它促使学生回溯知识发生发展的过程,再形成思维链接,这是以往命题很少体现的.通过这道试题,学生还可联想到正方体的各种展开图,从而产生迁移,并根据自己的经验,产生许多“新”问题,进而探究“问题”的解决途径和方法.通过对学生多样化解题的收集,教师明显地感受到了学生在数学知识掌握的灵活程度以及学习能力高低上存在的较大差异,这客观上体现了不同的学生学习不同的数学的理念.解题方法的多样化又能间接地折射出数学教学氛围中学生思维的活跃,能积极参与教学进程且富有创造性的场景,可以说明人人都能获得必需的数学.

总之,这道题目充分揭示了评价的内涵,使评价更科学、更充分、更全面.

### 2. 促进教师改进教学

从试卷的抽样中不难看到,该题的解法呈现多样性,这可以说明学生是有潜能的,教师应该努力发掘它.同时,教师也应该清楚地认识到,本题的实际通过率为65%,正确率并不是很高,学生答题中存在一些不足,这说明课堂教学仍然有待深化.在传统教学中,受中考指挥棒的影响,为了获得“高分”,教师习惯于把握教材的“重点”章节,再进行有针对性的强化训练,往往只重视结果,忽视或淡化过程以及能力的培养,其结果常常是高分低能,学生后续学习能力不强.就这道题及其知识点而言,教师不会看得“很重”,更谈不上让学生“重点”把握,他们很容易主观地认为充其量只会以选择题、填空



题的形式出现.

通过这道分值较高的大题,教师应反思自己的教学实践,教学不仅仅是为了考试,取得高分,也不是静态地要求学生掌握一个个知识点,去猜题、押题,而应该着眼于学生的全面发展和能力的提高,要真正把学生放在教学的主体地位,让学生主动参与教学进程.学生应自己发现,通过实验、操作,调查、探究,在活动中养成学习数学的兴趣,尝试成功的喜悦.教师应甘当“配角”,充当教学活动的参与者、引导者,合作者,做教学中平等对话的“首席”,使师生互动,生生互动,让学生由被动学习真正走向主动学习,营造自主学习、合作学习、探究学习的氛围,真正实现学习方式的转变,获得解决问题的能力,让教学实践能真正体现课改的理念.

## 第二节 应用性试题的命题个案分析

### 【考试原题】

在平面直角坐标系中放置一直角三角板,其顶点为  $A(-1, 0)$ 、 $B(0, \sqrt{3})$ 、 $O(0, 0)$ ,将此三角板绕原点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$ ,得到  $\triangle A'B'O$ , (1)如图 6-12,一抛物线经过  $A$ 、 $B$ 、 $B'$ ,求该抛物线解析式;(2)设点  $P$  是在第一象限内抛物线上一动点,求使四边形  $PBAB'$  的面积达到最大时点  $P$  的坐标及面积的最大值.

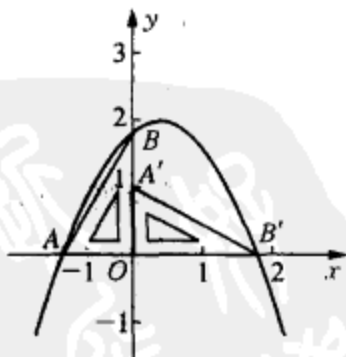


图 6-12

(2009 安徽芜湖中考试题第 24 题)

### 【编制过程】

#### 一、编制题目的最初动机

编制本题的最初动机是希望通过一道学生操作性的试题,结合二次函数性质的探索,在考查学生的综合能力方面做些尝试.这样

既可确保试题能够较好地体现课改提倡的动手操作、努力探索的数学新理念,又能较灵活地考查学生分析问题、推理并解决问题的能力,还可在培养学生熟练分析问题、综合运用数学的能力方面进行一些探索.

## 二、编制题目的起点

试题的编制主要受 2008 年吉林省的一道中考试题的启发.

题目:在平面直角坐标系中,已知矩形  $OABC$  的顶点  $A(0, 3)$ 、 $C(-1, 0)$ . 将矩形  $OABC$  绕原点  $O$  顺时针方向旋转  $90^\circ$ , 得到矩形  $OA'B'C'$ . 设直线  $BB'$  与  $x$  轴交于点  $M$ , 与  $y$  轴交于点  $N$ , 抛物线经过点  $C$ 、 $M$ 、 $N$ , 解答下列问题:(1) 设直线  $BB'$  表示的函数解析式为  $y = mx + n$ , 求  $m$ 、 $n$ ;(2) 求抛物线表示的二次函数的解析式;(3) 在抛物线上求出使  $S_{\triangle PB'C'} = S_{\text{矩形}OABC}$  的所有点  $P$  的坐标.

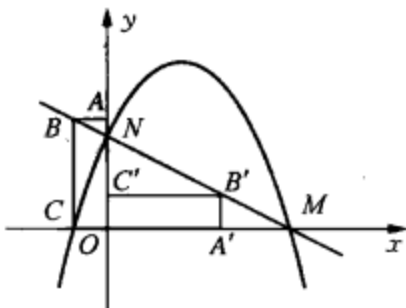


图 6-13

此题借助直角坐标系设置相关几何背景,要求求出直线和抛物线对应的函数解析式,并在抛物线上求出满足特定条件的点  $P$  的坐标.

## 三、编制的策略与方法

1. 改变命题条件,将原题中矩形绕原点顺时针方向旋转  $90^\circ$  改为直角三角形绕原点顺时针方向旋转  $90^\circ$ .

2. 改变设问内容,将原题中设问(1):求直线  $BB'$  表示的函数解析式,设问(2):求过  $C$ 、 $M$ 、 $N$  的抛物线表示的二次函数的解析式改为设问(1):求过  $A$ 、 $B$ 、 $B'$  的抛物线解析式;将原题中的设问(3):求抛物线上满足  $S_{\triangle PB'C'} = S_{\text{矩形}OABC}$  的所有点  $P$  的坐标改为设问(2): $P$  是第一象限内抛物线上一动点,求使动四边形面积最大时点  $P$  的坐标和面积的最大值.

3. 设计意图:设问(1)在直角坐标系中,利用旋转变换构造图

形,确定过三定点的抛物线的解析式,旨在考查学生利用待定系数法求二次函数的解析式;设问(2)引入动点(增加题目的探究性),让学生确定使动四边形面积达到最大值时动点  $P$  的坐标和四边形面积的值,旨在突出考查学生的运算能力、推理能力的同时,考查学生综合运用函数与方程、化归与转化、数形结合等数学思想解决实际问题的能力.设问(2)的求解需要考生细心地研究图形,恰当地分解图形,巧妙地表示出图形面积,准确算出图形面积的最大值,该问的求解有多种方法,这也为试题在考查学生思维的灵活性、广阔性方面提供了有效的途径.

**问题 1:如何解决压轴题难度?**

从编制效果上看,试题形式简洁,难度适中.试题设置的第一问是简单运用知识层次的问题,学生容易入手,得分不难;设置的第二问可以从代数和图形特征两个角度思考,属于灵活运用知识层次的问题,学生切入容易,深入有难度,计算量稍大,具有一定的区分度,体现了综合题的选拔功能.

**问题 2:如何有效地甄别学生对知识与技能、过程与方法的掌握?**

从实际考查效果(阅卷教师反馈的信息)来看,问题(1)达到了预期目标,绝大部分考生能利用二次函数的一般式或交点式求出二次函数的解析式.对问题(2)的解答,分化现象较为突出,部分考生无从下手;部分考生设出动点  $P$  的坐标后,能顺利求出动四边形的面积表达式(甚至能利用公式  $x = -b/2a$  求出  $P$  点的坐标),但在运用配方法求动四边形的面积的最大值时出现配方失误.这与编制的初衷“让不同层次的学生根据自己的实力得到相应的分数”相吻合,学生的运算和推理能力在此得到了有效的甄别.

**问题 3:此试题的延伸状况如何?**

进一步对此题进行研究之后,命题者又得到了该题的两种变式.

变式 1:试题的条件不变,将问题(2)改为:在抛物线上求一点  $P$ ,使四边形  $PBAB'$  为等腰梯形.

简析:由抛物线和等腰梯形的对称性可知,B点关于抛物线的对称轴 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 的对称点即为所求P点.把 $y = \sqrt{3}$ 代入抛物线的解析式: $y = -x^2 + (\sqrt{3}-1)x + \sqrt{3}$ ,解得 $x_1 = 0$ (舍), $x_2 = \sqrt{3}-1$ ,  
 $\therefore$  P点坐标为 $(\sqrt{3}-1, \sqrt{3})$ .

说明:此变式在条件不变的基础上,增添了对等腰梯形及抛物线对称性的考查.

变式2:试题的条件不变,将问题(2)改为:在抛物线的对称轴上是否存在P点,使 $\triangle PAB$ 的周长最短.若存在,求出点P的坐标,若不存在,请说明理由.

简析:抛物线的对称轴为: $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ,由抛物线的对称性知A点关于抛物线的对称轴的对称点为 $B'$ .连结 $BB'$ 交对称轴于P,此时 $\triangle PAB$ 的周长最短.直线 $BB'$ 的解析式为: $y = -x + \sqrt{3}$ .把 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 代入解析式得P点的坐标为 $(\frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{\sqrt{3}+1}{2})$ .

说明:此变式在条件不变的情况下,将问题改为开放性命题,增添了对直线方程、抛物线的对称轴、轴对称等内容的考查.

### 【得与失】

本题是一道代数与几何综合的题目,要求考生围绕函数解析式、函数图象,综合运用三角形、四边形、一次函数、二次函数等知识来解决问题,具有一定的综合性、灵活性,对考生的运算、推理能力提出了较高的要求.

从对教学的导向看,试题在突出考查“双基”的基础上,又着重考查了学生的知识应用、运算求解、问题解决等能力.这就要求教师在平时的教学中既要注重基础知识、基本方法的传授,又要充分展示数学知识的发生、发展过程;既要注重学生的运算、推理能力的培养,又要让学生掌握正确的思维方法,要给足学生自由支配的思维空间,让他们敢想、愿想、会想,让他们有足够的时间去充分体验奥

妙无穷的数学思维;教师不仅要引导学生学会解题,更要让他们学会思考和质疑.

概而言之,此题在构思上,推陈出新,巧设妙问;在难度设置上,由易到难,层层递进,能较好地体现综合题的选拔功能.当然此题仍有需要改进的地方,以上仅是命题者参与编题后的一点感悟,供借鉴.

### 第三节 阅读理解题的命题个案分析

#### 滚圆盘的乐趣与数学思考

##### 【考试原题】

一位小朋友在粗糙不打滑的“Z”字形平面轨道上滚动一个半径为 10 cm 的圆盘,如图所示,AB 与 CD 是水平的,BC 与水平面的夹角为  $60^\circ$ ,其中  $AB = 60$  cm,  $CD = 40$  cm,  $BC = 40$  cm,请你作出该小朋友将圆盘从 A 点滚动到 D 点其圆心所经过的路线的示意图,并求出此路线的长度.

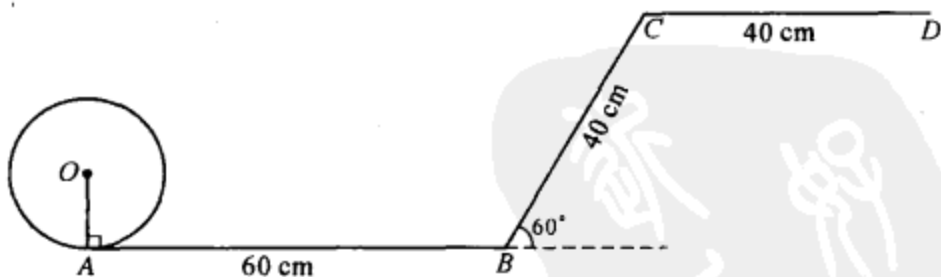


图 6-14

(2006 芜湖课改实验区中考试卷第 24 题)

##### 【编制过程】

##### 一、编制题目的最初动机

本题的最初原型来自孩提时代滚圆环的体验. 学生们滚动皮球的经验, 生活中的车轮滚动, 这其中无不包含着圆与直线位置关系的深刻内涵, 学生应对此深入理解, 并熟练运用.

## 二、编制题目的起点

从圆盘在轨道滚动的背景出发,以课本中的直线和圆的位置关系入手,通过让学生仔细观察圆盘在滚动过程中与水平斜坡的位置关系,动态地、抽象地考查学生运用基本几何知识分析生活中的包含朴素数学知识的现象.

### 三、编制的策略与方法

## 策略

许多人在孩提时代都滚过圆环或球之类等截面为圆的物体,其中自然有许多乐趣.现实生活中也有许多包含数学模型的事实围绕在我们身边,如能把这些与数学基础知识结合起来,一定可以命出精彩的试题.

## 方法

将圆环和坡路结合,抽象成为圆和折线,根据圆环在坡路上滚动的实际情景设计试题.注意到考虑到打滑等可能导致问题复杂化的细节,通过设置情景回避细节的冲突,创设易于明确建模的数学环境,从而轻松命制试题.

此题的参考答案也是命题的重点,经过命题组反复推敲、精心设计,给出如下的参考答案.

**解:** 如图 6-15, 画出圆盘滚动过程中圆心移动路线的分解图

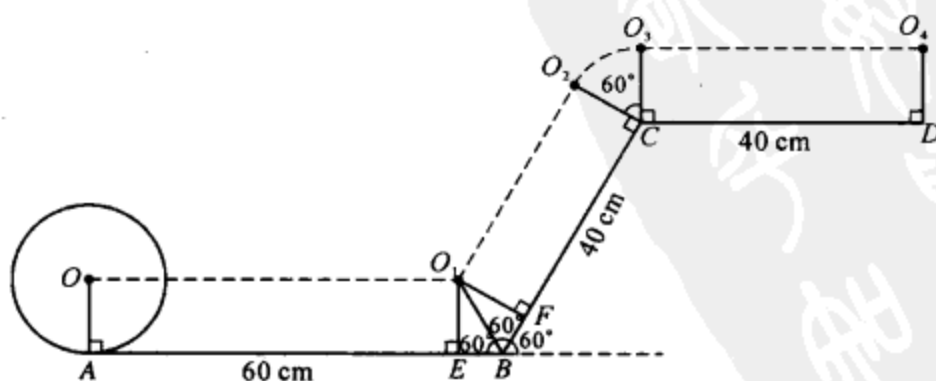


图 6-15

象,可以得出圆盘滚动过程中圆心走过的路线由直线  $OO_1$ 、直线  $O_1O_2$ 、圆弧  $O_2O_3$ 、直线  $O_3O_4$  四部分构成. 其中  $O_1E \perp AB$ ,  $O_1F \perp BC$ ,  $O_2C \perp BC$ ,  $O_3C \perp CD$ ,  $O_4D \perp CD$ .

$\because BC$  与  $AB$  延长线的夹角为  $60^\circ$ ,  $O_1$  是圆盘在  $AB$  上滚动到与  $BC$  相切时的圆心位置,此时  $\odot O_1$  与  $AB$  和  $BC$  都相切.

则  $\angle O_1BE = \angle O_1BF = 60^\circ$ , 此时  $Rt\triangle O_1EB$  和  $Rt\triangle O_1BF$  全等.

$$\because BE = O_1E \cdot \tan 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}),$$

$$\therefore OO_1 = AB - BE = 60 - \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}).$$

$$\text{同理可求 } BF = O_1F \cdot \tan 30^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}),$$

$$O_1O_2 = BC - BF = 40 - \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm}).$$

$\because AB \parallel CD$ ,  $BC$  与水平方向的夹角为  $60^\circ$ ,  $\therefore \angle BCD = 120^\circ$ .  
又  $\because \angle O_2CB = \angle O_3CD = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle O_2CO_3 = 60^\circ$ .

则圆盘在  $C$  点处滚动,其圆心所经过的路线为为圆心角为  $60^\circ$  且半径为  $10\text{ cm}$  的圆弧  $\widehat{O_2O_3}$ .

$$\therefore \widehat{O_2O_3} \text{ 的长} = \frac{60}{360} \times 2\pi \times 10 = \frac{10}{3}\pi(\text{cm}).$$

$\because O_3O_4DC$  是矩形,  $\therefore O_3O_4 = CD = 40(\text{cm})$ .

综上所述,圆心经过的路线长度是

$$\begin{aligned} & \left(60 - \frac{10\sqrt{3}}{3}\right) + \left(40 - \frac{10\sqrt{3}}{3}\right) + \frac{10}{3}\pi + 40 \\ &= 140 - \frac{20\sqrt{3}}{3} + \frac{10}{3}\pi(\text{cm}). \end{aligned}$$

**问题 1:** 如何解决实际与数学抽象的关系?

题目最初原型是滚动圆环,通过去掉不需要的因素,抽象建立数学几何模型,于是实际问题被改造成了纯粹的几何问题,立意较

为新颖.图中圆与直线的关系非常明确,关键点也很醒目,对此考生易于发现.

**问题 2:**如何体现数学的严谨性与乐趣的关系?

利用本题的图示考生一般都能进行分段讨论和计算,在分段讨论之后,将解决问题的关键放在转折点处的圆滚动过程中的相切问题.这样可以使学生在体验乐趣的过程中注意数学的严谨性,建立起严密思考的思维构架.

**问题 3:**如何分层评价?

这道题没有人为地设置第一、第二问,它让每一位同学都能根据自己已有的经验以及对数学模型的感悟与理解,利用已学习的数学知识去解决问题.上面提供的参考答案对解题的不同分段给出了标准,有利于进行分层次评价.转折处的讨论是在基础上的顺应与拔高,难度适中,有利于评价的区分.

### 【得与失】

总体而言,此题的编制过程较为辛苦,特别是在参考答案与评分标准的制定过程中,分类讨论一环套一环,不能有半点马虎.答案中的作图要求非常高,必须详细给出切点和转动特征点的轨迹,以便计算.编制后期,为了防止有考虑不全面的地方,命题教师进行了一次又一次的模拟和观察.在定稿前,命题者还在语言与文字方面进行了反复推敲,尽量做到精炼准确.

## 第四节 操作思考题的命题个案分析

### 跷跷板翘起来的数学思考

#### 【考试原题】

小胖和小瘦去公园玩标准的跷跷板游戏,两同学越玩越开心,小胖对小瘦说:“真可惜!我现在只能将你最高翘到 1 米高,如果我



俩各边的跷跷板都再伸长相同的一段长度,那么我就能将你翘到 1 米 25,甚至更高!”

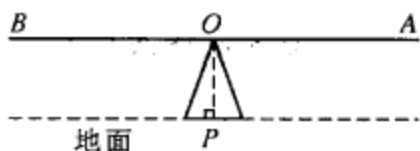


图 6-16

(1) 你认为小胖的话对吗? 请你作图分析说明;

(2) 你能否找出将小瘦翘到 1 米 25 高的方法? 试说明.

(2005 芜湖课改试验区中考题)

### 【编制过程】

#### 一、编制题目的最初动机

本题的命题意图是启发学生对日常生活中游戏里包含的朴素的数学思想作一再认识,真正体现在游戏中体验数学,在遐想中抽象地运用数学. 本题取材于学生熟悉的现实生活——玩跷跷板游戏,着重考查学生根据实际问题,建立对应数学模型的能力. 它一改数学问题的呈现方式,充分体现了“数学好玩”的意境,并以这种方式告诉学生们在很多有趣的活动中,数学都是幕后的策划者,是游戏规则的制订者,数学无所不在!

#### 二、编制题目的起点

该题目的素材来源于我市学生的一篇数学实践与创新论文,原题目为《能否翘的更高?》. 文章谈到两个小朋友去玩跷跷板游戏,一个小朋友对另一个小朋友说:“我使劲翘,一定就能把你翘得更高了!”而另一个小朋友则不同意此说法,文章对此进行分析,建立了学生活动的数学模型,用三角形中位线定理证明了第一个小朋友的说法不对,该小朋友能翘的最高高度只可能是支架高度的两倍,不可能再高了. 通过对该论文素材的仔细分析,命题组认为尽管生活中的情况不一定如此,但作为设想,完全可以放开思维的翅膀,让学生在数学的理想王国里自由翱翔. 改编题目的起点拓展为相似形、平行线等分线段、比例、中位线等数学知识,没有繁杂的运算,只要学生根据实际问题中的朴素的几何图形,建立对应数学模型,就可以使学生产生联想,在愉悦的心态中自由发挥. 该题入手简单,思路

开放,其理念正是新课程大力倡导并推广的精神.

### 三、编制的策略与方法

#### 策略

本题首先问将各边的跷跷板都再伸长相同的一段长度,小胖能否将小瘦翘到 1 米 25,低入口的设计符合“好问题”的标准.接下来第(2)个小问题以开放的姿态,考查学生自主探索的能力.小胖将小瘦翘到 1 米 25 的方法有很多,如此设问放开了对学生思想的束缚,学生的数学能力可以得以充分的体现.

#### 方法

将问题情景由生活化、口语化向数学模型转化,具体命题组思路的结晶见参考解答.

解:(1) 小胖的话不对!

小胖说“真可惜!我现在只能将你最高翘到 1 米高”,情形如图 6-17 所示, $OP$  是标准跷跷板支架的高度, $AB$  是跷跷板一端能翘到的最高高度 1 米, $BC$  是地面.

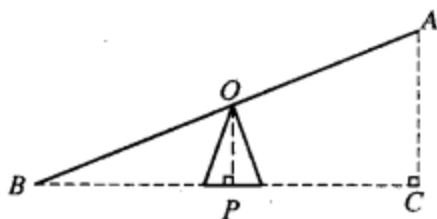


图 6-17

$\because OP \perp BC, AC \perp BC,$   
 $\angle OBP = \angle ABC,$

$\therefore \triangle OBP \sim \triangle ABC.$

$\therefore \frac{BO}{BA} = \frac{OP}{AC}.$

又 $\because$ 此跷跷板是标准跷跷板, $BO = OA,$

$\therefore \frac{BO}{BA} = \frac{1}{2},$ 而  $AC = 1$  米,

$\therefore OP = 0.5$  米.

若将两端同时向后伸长相同的长度,假设为  $a$  米 ( $a > 0$ ).

如图 6-18 所示,  $BD =$

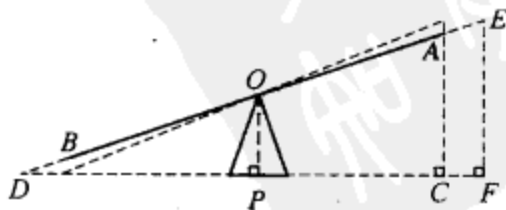


图 6-18

$a$  米,  $AE = a$  米.

$\because BO = OA, \therefore BO + a = OA + a$ , 即  $DO = OE$ .

$\therefore \frac{DO}{DE} = \frac{1}{2}$ , 同理可得

$$\triangle DOP \sim \triangle DEF.$$

$\therefore \frac{DO}{DE} = \frac{OP}{EF}$ , 由  $OP = 0.5$  米, 得  $EF = 1$  (米).

综上所述, 跷跷板同时向后接相同的一段长度, 跷跷板能翘到的最高高度始终为支架  $OP$  的两倍, 所以不可能翘得更高.

(2) 方案一: 保持  $BO$  长度

不变, 将  $OA$  延长一半至  $E$ ,

使  $AE = \frac{1}{2}OA$ , 则

$$\frac{BO}{BE} = \frac{2}{5}.$$

由  $\triangle BOP \sim \triangle BEF$ , 得

$$\frac{BO}{BE} = \frac{OP}{EF}.$$

$\therefore EF = 1.25$  米.

方案二: 只将支架升高  $0.125$  米.

$\therefore \frac{B'O'}{B'A'} = \frac{1}{2}$ ,

$$\triangle B'O'P' \sim \triangle B'A'C',$$

$O'P' = 0.5 + 0.125 = 0.625$  (米),

$\therefore \frac{B'O'}{B'A'} = \frac{O'P'}{A'C'}.$

$\therefore A'C' = 1.25$  (米).

#### 四、问题与克服

在编制过程中命题组教师提出了

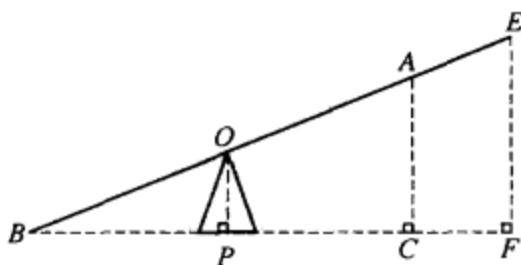


图 6-19

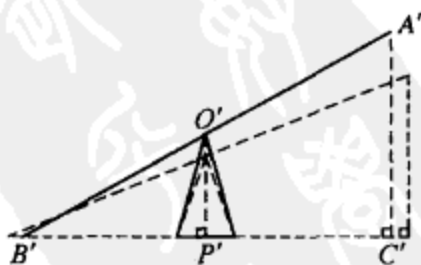


图 6-20

许多问题,列举如下:

**问题 1:**生活实际中的跷跷板能允许伸长和缩短吗? 跷跷板能允许支架升高吗?

本题虽源于生活,但不能拘泥于生活,本题旨在利用数学建模,放手让学生去假想,去用数学知识联想,争取成功的体验.

**问题 2:**主人公原来是小明和小亮,比较死板,如何增加趣味性?

由于每个人都有玩跷跷板的亲身体验,谁体重大,谁就翘起来容易点,换句话说,谁胖谁的优势大,谁瘦谁的困难就多,主人公原来是小明和小亮,改为小胖和小瘦后,题目的趣味性增强了.

**问题 3:**如果小胖很重,小瘦能将小胖翘起来吗?

为了避免出现科学性的漏洞,如当小瘦要翘起小胖时,尽管板长可伸长一定的长度,但若小胖过重,仍可能出现小瘦翘不起小胖的情况.为此,命题组将题目改编为小胖翘小瘦,这样能确保小瘦被完全翘起,就不会引发争议.

**问题 4:**本题开放度过大,难以制定面面俱到的评分标准,评分标准如何制定?

本题的第二问没有明确给出条条框框来约束学生的思维,为防止学生解题方法过多,我们在评分标准之后给出了“其他方案正确,可参照上述方案评分!”的评分提示.

### 【得与失】

本题较好地体现了课改的新理念,贯彻了《课程标准》中的直观感知、操作确认的数学教学思想方法,适当增加了合情推理和逻辑推理的成分,在培养学生数学学习能力方面作了有益的尝试.

学生给出了许多解答此题的方法,他们的思维被题目的情景调动了起来,奇思妙想非常多,这是远远超出我们设想的.

有几个学生在试卷中是这样解答的,只要将小胖的地面向下挖一个深度超过 0.25 米的坑即可,这一解法只要通过全等三角形即可简洁证明,非常方便,根本不用改变跷跷板的任何部件,这是我们命题教师唯一没有想到的方法.为什么我们没有想到如此精彩的解

法?这是我参与此次命题过程后感到最遗憾的事情.

## 第五节 实验探究题的命题个案分析

### 滤纸与漏斗的亲密接触

#### 【考试原题】

在一次科学探究实验中,小明将半径为 5 cm 的圆形滤纸片按图 6-21(1)所示的步骤进行折叠,并围成圆锥形.

(1) 取一漏斗,上部的圆锥形内壁(忽略漏斗管口处)的母线  $OB$  长为 6 cm,开口圆的直径为 6 cm. 当滤纸片重叠部分为三层,且每层为圆时,滤纸围成的圆锥形放入该漏斗中,能否紧贴此漏斗的内壁(忽略漏管口处),请你用所学的数学知识说明.

(2) 假设有一特殊规格的漏斗,其母线长为 6 cm,开口圆直径为 7.2 cm,现将同样大小的滤纸围成重叠部分为三层的圆锥形,放入此漏斗中,且能紧贴漏斗内壁. 问重叠部分每层的面积为多少?

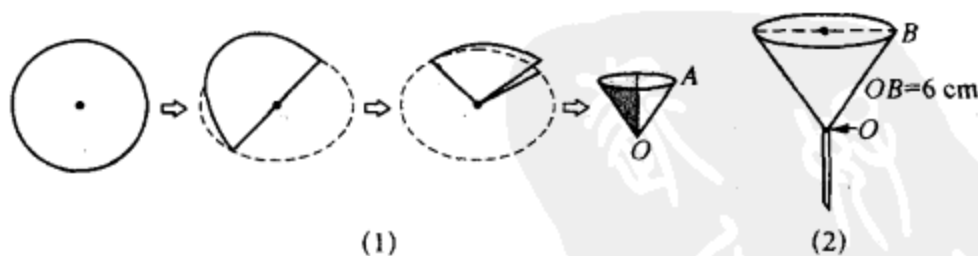


图 6-21

(2006 芜湖课改实验区中考试卷第 21 题)

#### 【编制过程】

##### 一、编制题目的最初动机

本题是想通过对科学(如物理、化学、生物)学科基础操作实验当中所包含的朴素的数学知识进行考查,以进一步强调数学的基础性和工具性.

## 二、编制题目的起点

题目的着眼点在于如何将数学中的简单操作题与学生学习的其他学科(如物理、化学、生物)中的实验操作题很好地融合. 数学中对称变换的教学常常遇到折叠问题, 只不过用的大都是平面图形. 在学生学习完平面展开图、三视图和圆锥及侧面展开图以后, 学生的空间观念已经形成, 可以想象图形在空间的呈现方式及变化. 化学是一门实验性极强的学科, 许多实验操作中包含了朴素的科学道理, 数学也大量渗透其中. 过滤这一基本实验操作中包含了滤纸的折叠, 围成圆锥且有扇形重叠部分. 因此可以将二者有机地结合在一起, 设计出较精彩的试题.

## 三、编制的策略与方法

### 策略

本题的编制策略是想考查化学中的过滤实验中, 滤纸和漏斗的圆锥形的壁即侧面之间如何才能紧贴这一既熟悉又陌生的生活现象, 如何用数学知识展现它, 是本题的关键所在. 这要求学生必需在头脑里形成空间圆锥的接触情景和展开状态, 或者在考场实际操作两圆锥围成与展开状态, 从而得到其数学模型及数学解释为: (1) 表面紧贴的两圆锥形的侧面展开图为圆心角相同的两扇形, 表面是否紧贴只需考虑展开图的圆心角是否相等; (2) 圆锥也可以看作是等腰三角形围绕其对称轴旋转而成的几何图形, 其正视图和侧视图皆为全等的等腰三角形. 若滤纸片能紧贴漏斗内壁, 其两母线和开口圆的直径构成的等腰三角形必与漏斗两母线和开口圆的直径构成的等腰三角形相似或顶角相等.

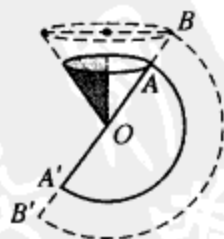


图 6-22

### 方法

将问题情景由化学实验向数学模型转化, 命题主要是对圆形纸片折叠成圆锥的实际操作过程加以形象化说明, 想通过过滤前操作的各种情景的设想及模型建立, 运用数学知识解释两圆锥紧贴的数

学模型的解释. 具体命题组思路的结晶见参考解答.

解: (1) 解法一:

∵ 表面紧贴的两圆锥形的侧面展开图为圆心角相同的两扇形,

∴ 表面是否紧贴只需考虑展开图的圆心角是否相等.

由于滤纸围成的圆锥形只有最外层侧面紧贴漏斗内壁, 故只考虑该滤纸圆锥最外层的侧面和漏斗内壁圆锥侧面的关系.

将圆形滤纸片按图示的步骤折成四层且每层为  $\frac{1}{4}$  圆, 则围成的

$$\text{圆锥形的侧面积} = \left(1 - 2 \times \frac{1}{4}\right) \times S_{\text{圆}} = \frac{1}{2} S_{\text{圆}}.$$

所以该展开图是半圆, 其圆心角为  $180^\circ$ .

如将漏斗内壁构成的圆锥侧面也抽象地展开, 展开的扇形弧长为  $\pi \times 6 = 6\pi(\text{cm})$ .

该侧面展开图的圆心角为  $6\pi \div 6 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 180^\circ$ .

由此可以看出两圆锥侧面展开得到的扇形对应的圆心角相等.

∴ 该滤纸围成的圆锥形必能紧贴漏斗壁.

解法二:

∵ 圆锥也可以看作是等腰三角形围绕其对称轴旋转而成的几何图形, 其正视图和侧视图皆为全等的等腰三角形.

∴ 如滤纸片能紧贴漏斗内壁, 其两母线和开口圆的直径构成的等腰三角形必与漏斗两母线和开口圆的直径构成的等腰三角形相似或顶角相等.

据题意可得, 滤纸围成的圆锥形开口圆的圆周长应为

$$\left(1 - 2 \times \frac{1}{4}\right) \times 2\pi \times 5 = 5\pi(\text{cm}).$$

由此可得其开口圆的直径为 5 cm.

∴ 滤纸圆锥的两母线长和开口圆的直径都是 5 cm; 漏斗两母线长和开口圆的直径都是 6 cm.



图 6-23

∴ 两三角形皆为等边三角形. 故两等边三角形相似且角相等, 所以滤纸片能紧贴漏斗内壁. 如果抽象地将母线长为 6 cm, 开口圆直径为 7.2 cm 的特殊规格的漏斗内壁圆锥的侧面展开, 得到的扇形其弧长为  $7.2\pi$  cm, 圆心角为  $7.2\pi \div 6 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 216^\circ$ .

∴ 滤纸片若紧贴漏斗壁, 则其围成圆锥的最外层侧面展开图的圆心角也应为  $216^\circ$ .

∴ 重叠部分每层面积为圆形滤纸片的面积减去围成圆锥的最外层侧面展开图的面积的差的一半.

$$\therefore \text{重叠部分每层面积} = \left( 25\pi - \frac{216}{360} \times 25\pi \right) \div 2 = 5\pi \text{ cm}^2.$$

#### 四、问题与克服

在编制过程中, 教师提出了许多问题, 列举如下:

**问题 1:** 化学实验中的滤纸是如何折叠成圆锥的? 学生能回忆起来折叠过程吗?

本题虽源于化学实验, 但具有一定的抽象性, 虽然学生在实验中折叠过, 但往往记忆不清, 在此用图示的方式逐步描绘出折叠过程, 形象而生动, 学生一看便可以回忆具体细节, 其中图示是参考化学实验规范操作去作图的, 细致入微, 生动活泼, 让学生一见图形仿佛置身实验现场, 用数学知识建模, 体验数学.

**问题 2:** 题目中非常重要的一项是折叠重合处为三层, 是否要考查此点?

由于折叠圆形纸片, 其中非常重要的一项是折叠重合处为三层, 换句话说, 不管谁折叠, 只要按此规范操作, 最后得到重复处一定为奇数层, 这是一个朴素的哲学原理, 无法用其他原理解释清楚, 所以若对此处考查, 考生会语焉不详, 无法说清. 那还不如不考, 直接告诉考生, 降低难度, 提高得分率.

**问题 3:** 本题建模难度不小, 如何引导学生尽快建立数学模型?

本题的数学建模难度较大, 如果没有明确给出提示或引导则对学生而言, 建模难度较大, 为防止学生思路过偏, 我们在第一问和第



二问中给出具体暗示“滤纸围成的圆锥形放入该漏斗中,能否紧贴此漏斗的内壁”,实际上指出了外形应全等或相似才可以.

### 【得与失】

本题较好地体现了课改的新理念,通过实验操作可以直观感知并抽象建立数学模型.出此题的用意在于向学生阐明一个重要理念,除数学以外的许多学科中都包含着朴素的数学思想和模型,适当地选材对于考查学生的数学建模、合情推理方面的能力能起到重要作用.此题受到一线教师的普遍赞誉,他们认为此题不脱离学生学习生活实际,具有相当的水平.由于此实验简单,城乡学生都做过,因此它体现了公平性原则.同时,此题明确提出用数学知识解释紧贴现象,肯定了中学生学习数学建模的重要性.此题对芜湖市初中数学教学产生了极大的影响,重基础知识的应用之风从此盛行.

*Di Si Pian* 第四篇

# 技 术 篇

新 知 识  
平 安  
PDG

## 第七章

# 数学命题的再加工

### 第一节 命题过程中的民主

在命题过程中要十分重视培养新手,他们将来可能会成为命题的骨干;在命题过程中一定要发扬民主,鼓励命题组成员展开“对题不对人”的大讨论,特别是要重视新命题教师的意见和建议,他们提出的意见可供参考的价值往往会更大.发扬命题过程中的民主,有以下几个原则:

1. 畅所欲言原则.如果你有想法,哪怕是一点点模糊不清的想法,就请说出来——这对于命题来说是十分重要的;对于一个问题的讨论,每个人的发言都要充分,不充分就可能会出问题.讨论时,既要有观点,更要讲明理由.

2. 不追究错误原则.在命题和审题过程中,每个人都需要从正面和反面提出各种可能的假设,供大家去思考与批评,这时的关键是要有不同的思路 and 想法,而不是简单地评判是与非.

3. 推迟判断原则.当某人提出一种想法后,不能简单地根据自己的经验和直觉就轻率地做出否定或肯定的判断;当别人与自己的观点不一致时,更不要轻易否定他人的意见.命题者应在作了仔细思考之后,用商量的口吻提出自己的看法.

4. 少数服从多数原则.当觉得自己的想法有很大的合理性时,

可多次向大家陈述自己的观点,但不必过于固执地坚持自己的观点.一般情况下,对于一个思路的取舍不能简单地采用“一票否决制”,当全体达成共识后,才可决定下一步的行动——实践表明,尚未达成共识的决定,在命题时常会出现失误.

5. 效率优先原则.当命题组各成员意见不一致,一时无法定夺,相互间的分歧难以消除时,命题组长需发挥决策定夺的魄力,从纷乱的思路中选择最有效成功的方案.

命题过程中的民主是至关重要的.命题组长以及每一位参与命题的教师,一定要有宽大的胸怀,以对工作高度负责的态度,勇于讲出自己的思想,积极倾听他人的发言,把坚持真理与尊重他人结合起来,这是和谐合作的需要与前提.

## 第二节 控制试题难度的一般方法

由于新课程的实施,近年学生的动手操作意识较强,但解题能力有所降低.作为命题工作者,必须考虑到这样的现实情况,适当降低中考数学试卷的整体难度.

### 1. 降低难度的技巧

#### (1) 改填空题、问答题为选择题

一元二次方程的解法是初中数学应掌握的核心技能,也是学业考试必考的内容.方程求解时易犯的错误是因两边直接约分,而丢掉一个解.如果对这个知识点的考查以简答题或填空题的形式出现,一部分学困生在该题上获得满分的可能性就会降低.如以选择题的形式呈现,由于有选择支的提示作用,考生便能够有效地避免常见约分错误的发生,因此,难度有所下降.

利用函数图象求解不等式,是初中数学学习中常见的一种解题技巧,也是学业考试考查的重点内容之一.若以选择题的形式出现,由于有选择支的提示作用,考生会对四个选择支都加以分析,这样

有利于考生的全面思考. 如果想进一步地降低难度, 还可以直接给出反比例函数的图象, 这样更能体现所要考查的数形结合思想, 以避免考生因为作图错误导致解答错误.

等腰三角形是初中几何学习内容中最重要的基础图形之一, 其所涉及的知识和技能都是初中数学的核心内容, 体现了学业考试的要求. 由于涉及两类图形的计算(高在三角形内部或高在三角形外部), 如果以解答题或填空题的形式出现, 考生容易忽略高在三角形外部这种情况, 而若以选择题的形式出现, 则由于有选择支的提示作用, 考生自然联想到分类研究, 因此难度有所降低.

分类思想是初中数学的重要知识, 也是学业考试中应考查的核心内容之一. 如以直角坐标系为素材, 设计了利用坐标轴上的点来构造直角三角形, 通过讨论得出答案的试题. 如果该题以填空题的形式考查, 不同层次的考生可能由于分类讨论不完整, 难以得出正确答案, 现以选择题的形式出现, 既有文字符号的表述, 又配有图象, 再加上选择支的信息, 考生可利用的资源较多, 该题的难度自然就降低了, 这也可反映出命题者娴熟的命题技巧.

(2) 将条件中的字母表述改为数字表述, 通过降低形式化的要求, 来降低试题的难度

新课程倡导用“直观感知、操作确认、思辨论证、度量计算”的方式学习初中几何知识. 简单的设计能较好地体现新课程的精神. 如从考生非常熟悉的折纸基本操作入手, 要求考生在操作的同时探究出折叠前后纸片的长度的变化规律. 这样的考查, 融研究性学习于动手实践中, 既有直观的感知和动手操作, 也有思辨的推理和寻求规律. 同时, 具体的数字条件有利于学困生通过动手操作来寻找答案, 从而使得不同层次的考生都能有所收获. 这样的命题对初中数学的教学有着良好的导向作用.

(3) 在问答题中增加铺垫性的设问, 即多设问, 降低每问的赋分

利用函数知识来认识生活中的各种现象, 并理解其中的道理,

是新课程所倡导的学习目标. 选用生活化的素材编制应用题, 具有良好的教育意义. 在设计题目时, 既有文字的说明, 又有函数图象的信息, 同时第一问的正确解答, 为第二问的求解做好铺垫, 可有效降低难度.

## 2. 增加难度的技巧

### (1) 改填空题、选择题为问答题

勾股定理是几何中的核心知识, 对于勾股定理的考查应体现创新性, 体现考查能力, 若以填空题或选择题的形式考查勾股定理, 考生可以用特殊法(如将  $a$ 、 $b$ 、 $c$  赋予具体数值, 通过计算猜出答案)得到答案, 试题难度会大大降低, 同时思维的考查力度也显得不足. 当然, 题目中的“试猜想  $a^2 + b^2$  与  $c^2$  的关系”改为“试猜想  $a^2 + b^2$  与  $c^2$  的大小关系”更好一些.

新课程要求学生学会用统计的眼光去获取信息, 发现规律, 并解释现象. 与常见的选择题、填空题的考查形式相比, 试题若以问答题的形式出现, 则具有一定的开放性, 能够更好地考查学生对所学统计知识的理解.

(2) 将条件中的数字表述改为字母表述, 通过提高形式化的要求, 来增加试题的难度

一般地, 若给出二次函数的数字系数的形式, 求二次函数的图象与坐标轴的交点坐标, 则既常规又简单. 若将常见的数字系数改为字母系数, 同时给出图象的大致位置, 要求考生写出与这种位置大致相关的一种特殊的二次函数, 答案变为开放的形式, 该题难度就加大了.

### (3) 减少设问, 增加赋分值

在考查学生基本知识和能力的同时, 还可综合考查分类讨论数学思想的运用, 若分类较复杂, 且此前没有做一些铺垫, 则可适当提高试题的难度, 这种技巧一般用于命制压轴的大题.

### (4) 增加条件, 使得题目复杂度提高, 从而提高试题的难度

将较常见且容易的知识, 变换角度设问, 使考生需要运用转换

的思想,将问题转化为所学的熟悉问题,让题目很好地体现各知识点之间的内在联系.由于试题陈述的创新,该题的难度将有所增加.

#### (5) 创新试题的背景,从而提高试题的难度

从实际背景中提取有效的信息,较简单地做一些铺垫,要求考生自己很好地理解题意和建模,这对考生而言是一种很大的挑战,可增加试题难度.

#### (6) 多种知识点融合,加大试题的综合程度,从而提高试题的难度

题目若融合了代数、几何等多个知识点,而且设计了动手操作的动态规律的探索,则由于综合性很强,试题的难度也会增大.

### 第三节 预估试题难度的方法

在整个命题过程中,从编题到审题,有一个始终都必须考虑与解决的问题,就是如何把握好试题的难度.那么试题的难度怎样预估呢?

#### 一、因素分析法

要较好地预估试题难度,首先必须要能够较清醒地认识影响试题难度的因素.影响试题难度的因素有如下几个方面:

1. 试题的新颖程度.一般来说,如果试题背景、设问方式、解题模式等对学生来说都很新颖,那么试题就容易偏难;反之,如果试题背景、问题结构等都是学生所熟悉的,解决问题的方法也是学生所熟悉的,那么试题通常就不会太难.

2. 试题的文字长度与可理解程度.如果试题文字量过大,则许多学生还未读完题,就打算放弃了,这客观上导致了难度的增大.如果试题的表述是学生容易理解的,没有过多的干扰性的生僻词语,

语句之间的逻辑关系易于把握,那么试题的难度就会降低;反之,如果试题的表述难于理解,非本质的无关键词语过多,就会增加试题的难度.

3. 试题的综合程度与解答时间长度. 如果试题中涉及的知识点过多,所要用到的技能、技巧过多,所要灵活运用的数学思想方法有多种,那么试题的难度势必增大;如果试题的解答长度——计算与推理的过程——过长,解答过程繁琐不顺畅,则会导致不少学生在解答过程中出现这样或那样的错误,不能顺利解答出正确结果,这样,试题就显得较难;反之,如果解答内容不多,解答思路又比较常规,那么试题就显得比较容易. 如果解答该题的时间过少,通常难度就会增大;如果解答该题的时间较充裕,那么试题的难度就会有所降低.

4. 学生对于解决问题方法的掌握程度. 如果学生已经熟练掌握解决该方法的方法,那么试题难度就不大;反之,如果学生对于解决该问题所需的方法不熟悉,或掌握得不够好,那么试题的难度就大. 如果学生已经具备解决该问题所需的能力,那么解答难度自然就小. 此外,解决该问题方法的多寡程度,解答的繁琐程度,学生对于试题背景的熟悉程度,与已知问题的相似程度等等因素,都对试题的难度有所影响,在考虑试题的难度时都要有所考虑. 在对这些因素进行分析后,试题的难度就大致可以预估出来了.

## 二、对比法

这是一种常用、快捷、有效的评估难度的方法,只要将命完的试题与去年或前年的试题加以比较,由去年或前年相同位置、相同类型的试题难度就可以马上推断出今年试题的难度了. 在命题和审题过程中,这一方法是必须要用的. 同时,这一方法也是比较可靠,比较科学的.

## 三、平均值法

在命题过程中,或者在试题命完后,要对每道试题的难度和整



份试卷的难度作出估计.一种较简单的方法就是,参与命题的每位教师都独立地对每道试题的难度值作出估计,然后取平均值作为该题的预估难度,当每道试题的难度预估完了,整卷的难度也就出来了.在每位教师独立地对每道试题的难度值作出预估时,因素分析法常起到重要作用.

#### 四、分步计算与分类算法

如果一道题分成了几个小题,或者一个问题的解答分成若干步骤,那么可以通过预估完成每个小问题或完成每个步骤的人数比例来预估该题的难度值.这种方法比完全靠直观与经验得出的判断要科学、准确.试题难度的预估,也可以采用分类算法进行,这时,我们可以简单地把学生分成A(前30%左右的学生)、B(中间40%左右的学生)、C(后30%左右的学生)三类(也可以更多的类型),如果A、B、C三类学生解答的预估难度为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ,那么该题的难度就可以近似地由公式 $P = 0.30 \times a + 0.40 \times b + 0.30 \times c$ 来算出.当然也可以采用其他的分类,按照类似的分步计算法与分类算法结合起来.在使用这两种方法对试题难度进行估计时,应设身处地从学生的角度进行分析,而不是从教师的角度进行分析,这样,对试题难度的预估就比较准确了.在实际操作中,命题教师可以借助电子表格进行计算、比较,非常方便、快捷地作出预估.

#### 第四节 确定参考答案和评分标准

对试题的赋分应该合理,对试卷中每种题型试题的赋分应该有统筹考虑,以试题测量的行为目标或行为特征的重要性,考生应答中的思维量、时间和运算量多少为基本原则,对试题进行赋分.数学试卷中,只有一个最佳选项的单项选择题为最低赋分参考,简单填

空题赋分相应提高一定比例,其他试题,尤其是主观题的赋分,一般不应低于两倍最低赋分单位。

在确定参考答案和评分标准时,应选择最合适于试题和评价目的的评分方法,对测量目标较单一的试题采用总体评分法,给予稍低的分值,对测量目标非单一的试题采用分析评分法,给予较高分值。在分析评分法中,每个评分项目一般应只包含一个独立的行为特征,要明确评价的行为特征等级数,对评价的行为特征和标准中的每个等级应该进行清楚的定义,应保证评价的行为特征与测量的行为目标相一致或评分标准与设问相一致。

以下给出笔者在确定参考答案和评分标准时的一些思考。

2005年芜湖市课改实验区中考数学试题的最后一题是一道应用概率题。经仔细分析,笔者觉得该题简单明了,入手不难;在仔细品味其解答时,笔者感到命题教师对概率思想理解透彻,对运用树状图方法解题的技巧把握得很好。

原题是:在科技馆里,小亮看见一台名为帕斯卡三角的仪器,如图7-1所示。当一实心小球从入口落下,它在依次碰到每层的菱形挡杆时,会等可能地向左或向右落下。

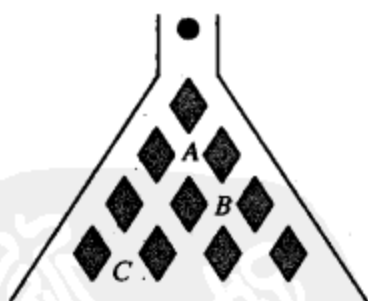


图 7-1

(1) 试问小球通过 A 位置的概率是多少?

(2) 请用学过的数学方法模拟试验,并具体说明小球下落到第三层 B 位置和第四层 C 位置处的概率各是多少?

评分标准里给出的具体解法如下:

方法 1:(1)  $\because$  实心小球在碰到挡杆时向左或向右下落是等可能性的, $\therefore$  经过一个挡杆后向左或向右下落的概率是原概率的一半。

画树状图(图 7-2)可知,落到 A 点位置的

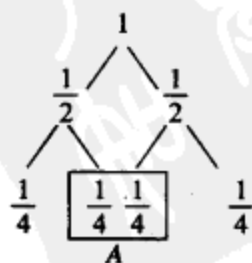


图 7-2

概率为  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ; ..... 2 分

(2) 同理可画树状图(图 7-3)得,落到 B 点位置的概率为  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ ; ..... 5 分

(3) 同理可画树状图(图 7-4)得,落到 C 点位置的概率为  $\frac{1}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{4}$ . ..... 8 分

(注:(1)中画图 1 分,写出概率给 1 分.(2)、(3)中画图 2 分,写出概率给 1 分)

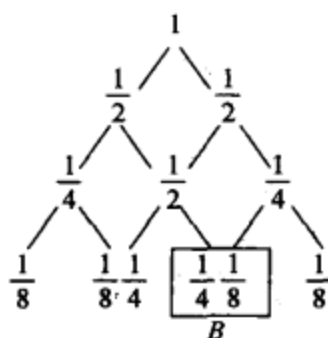


图 7-3

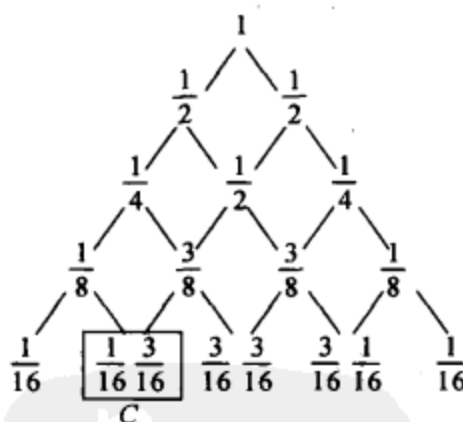


图 7-4

方法 2:(1)  $\because$  实心小球碰到每个挡杆时向左或向右是等可能性的,因此小球下落到 A 位置的可能性会有以下的途径:{左右,右左}两种情况,而下落到第 2 层,共有{左左,左右,右左,右右}四种情况. .... 1 分

由概率定义得  $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ . ..... 2 分

(2) 同理,到达第三层 B 位置会有以下途径:{左右右,右左右,右右左}三种情况. .... 3 分

而下落到第三层共有{左左左,左左右,左右左,左右右,右左

左,右左右,右右左,右右右}八种情况. .... 4分

由概率定义得  $P(B) = \frac{3}{8}$ . .... 5分

(3) 同理,到达第四层C位置会有{左左左右,左左右左,左右左左,右左左左}四种情况. .... 6分

而下落到第四层共有{左左左左,左左右右,左左右左,左右左左,右左左左,左右左右,左右右左,左左右右,右左左右,右左右左,右右左左,右右右左,右右左右,右左右右,左右右右,右右右右}共16种情况. .... 7分

由概率定义得  $P(C) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ . .... 8分

方法3:本题也可用贾宪三角方法先算出小球下落路径条数.  
(如图7-5)

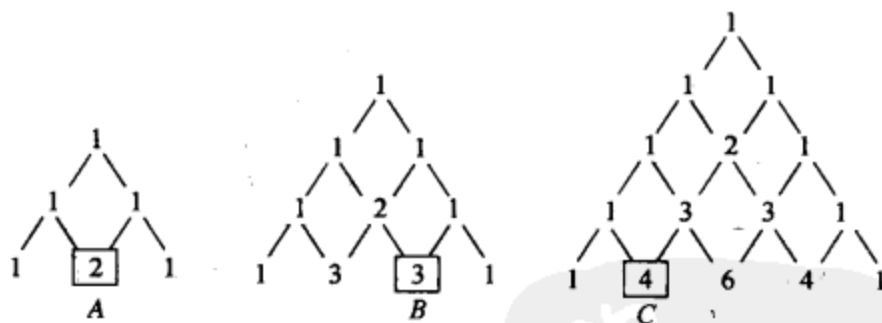


图 7-5

由概率定义易得:(1)  $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ; (其中绘图1分,算出概率1分) .... 2分

(2)  $P(B) = \frac{3}{8}$ ; (其中绘图2分,算出概率1分) .... 5分

(3)  $P(C) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ . (其中绘图2分,算出概率1分) ... 8分

(其他方法正确,可参照上述方法评分!)

在以上解法中,命题者认为方法一的解法是利用树状图解决概率实际情况的精彩解法,其中的根据为每行的概率之和为1,因为这

与小球下落时经过每行是必然事件相吻合。

由此出发,命题人员还继续考虑到用概率型树状图来解决情况复杂的概率问题,现就命制该题时考虑得更复杂的情况作一分析、研究,与大家共享。

如果将第二问改为:(2\*)当情形如图 7-6 所示,在第二层左边挡块与第三层左边挡块之间加一隔板,这时落到 C 处的概率是多少? 这样一改,多数学生将会感到题目情景复杂,入手很困难. 而如用概率型树状图来求解就很容易了,只要去掉被隔挡路线的连线并且不再向下等分概率即可. 本题树状图解法如图 7-7 所示。

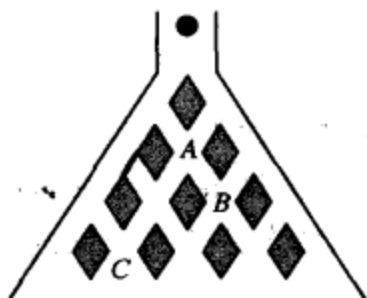


图 7-6

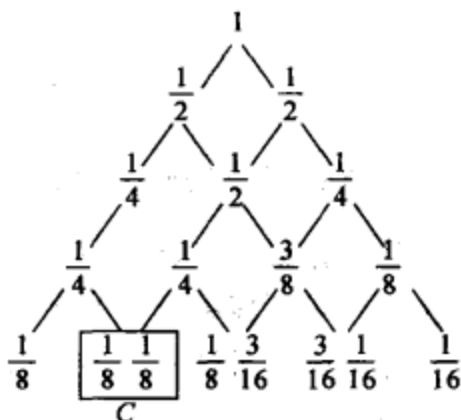


图 7-7

故得到小球落到 C 处的概率为  $\frac{1}{4}$ 。

通过以上分析,我们可以发现用概率型树状图解决此类问题简单明了,思路清晰. 接下来我们可进一步延伸到小球下落受阻而可能停在某处或继续下落的有趣情况:

当情形如图 7-8 所示,在第二层 A 处加一横隔板,这时落到 C 处的概率是多少?

分析:由于小球若在 A 处受阻没有继续下落,这样第二行的概率和为 1,而第三行的概率和只能是  $1 - P(A) = \frac{1}{2}$ , 第四行



图 7-8

的概率和也应为 $\frac{1}{2}$ . 由此可画出概率型树状图为:

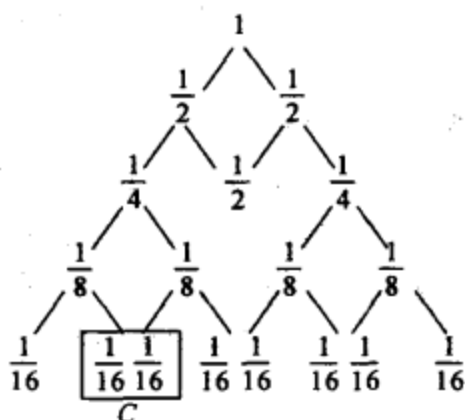


图 7-9

故得到小球落到 C 点的概率为 $\frac{1}{8}$ .

如果我们仔细思考,细细品味,一定能体会此方法的精妙之处,从而对树状图表达概率分配的思想有更深刻的理解. 由于命题组对本题的方方面面思考过多,最后不得不根据参考答案的版面进行取舍,给出了有代表性的三种解法. 在具体评分时采用累计评分法,并将小问中的图、值根据不同的解法难度与知识灵活运用情况分别给予恰当的赋分.

## 第五节 命题组的初审与复审

试题的编制主要表现在三个层面上:技术层面、内容层面、观念层面. 整卷出来后的重审试题与编制命题时的初审试题,其重点是不同的. 初审试题主要集中在观念层面与内容层面上,主要包括:①难度立意是否在重要有价值的内容上,如果在细枝末节上关注,就要修改与调整,如果在非本质问题上纠缠,就必须改变;②试题设置是否能考查到所要考查的效果;③试题是否存在科学性错误;

④能力要求是否超标,如果存在一定要调整;⑤试题内容是否为人  
为堆砌,如果是就要调整;等等.重审试题主要集中在部分的内容层  
面与技术层面上,主要包括:①试题是否存在科学性错误;②整卷试  
题是否和谐;③机械记忆与机械操作题是否过多,如果是就要调整;  
④格式、体例等是否规范;⑤试题是否过难、过易,题型分值比例是  
否适当;⑥作答空间、时间是否充裕;⑦语言表达是否简明易懂,无  
歧义,合乎逻辑,标点是否正确;等等.在重审过程中,一定要换角  
度,要细致,该动手做的要做,不能停留在一般性的想象层面.当某  
些部分需要调整时,一定要对其相关部分(如前后相应的表述方式、  
答案等)作相应调整.

在完成对试题的重审之后,就要进一步规范参考答案和评分标  
准的写法.其实,做答案不是从此时才开始的,而是在编题、议题、改  
进题、重审题的每一环节中都需要做题.不过,那时的做题主要是为  
了深入地了解、分析这道题目而进行的,这时的对解答过程的再审  
视,是在试卷即将定稿时为了阅卷的需要所做的进一步的审查工  
作.此前的解答和此时的再审,对于制定出相对合理的评价标准,发  
挥试卷的效度和信度都是重要的.

在命题和写规范的解答过程中,命题教师必须设身处地地站在  
学生的角度思考问题,命题教师从农村和城市学生的差异,优秀学  
生、中等学生、后进学生的差异,男生和女生的差异,思维方式不同  
的学生的思维差异等角度进行思考,有利于评分标准更为合理.命  
题者尤其要对开放性试题的解答及其评分标准的制定多加注意,先  
发散思维,尽量罗列出学生所可能产生的种种想法,再进行归类分  
层,可以按照“鼓励创新,承认差别”的思路,实行合理给分、甚至加  
分的方式来设置分数等级.

## 一、科学性、人文性原则

科学性原则是指确保试题在科学性上准确无误,在语言叙述上简明易懂无歧义,在图文上匹配无错漏.这是中考审题最基本的原则,若不能遵循此项原则,中考试题的价值与功能将无从谈起.

人文性原则是指审题时应树立以人为本的思想.一方面,应具有善心和爱心,在整体构思(包括难度分布、题型设置等方面)与具体题目的审查上考虑全体学生的实际水平与思维方式,确保他们有足够的思考时间,有利于发挥正常水平,从而使他们获得良好的情感体验,体会到思考的快乐,同时,在对背景材料与试题原型的选择与设计上、思维切入上不存在大的差异.另一方面,应适当结合现实中的人文性题材,编拟合适的数学试题,引导学生用数学的眼光关注人类,关心社会,重视数学联系实际,发挥试题的育人作用.

由于数学也是一种文化,文化最为强调的是对人的关注与尊重,从文化角度讲,其人文性理当受到特别的重视;同样,考试是为学生服务的,命题者理应加强数学应用;从中考的学习发展性功能来讲,编拟适当的人文内容,有利于人文精神的培养.因此,人文性应作为中考命题的一大原则.科学性与人文性在中考命题中起着基础作用,只有实现这两者的有机结合,才能相辅相成,相得益彰.

## 二、基础、现实性原则

基础性原则是指中考试题应首先关注《课程标准》中最基础和最核心的内容,突出对基本数学素养,即所有学生在学习数学和应用数学解决问题过程中最为重要的、必须掌握的核心观念、思想方法以及基本的概念和常用的技能的评价.

现实性原则是指试题背景应来自于学生所能理解的生活现实和社会现实,符合学生所具有的数学和其他学科的知识水平和思维发展水平.例如,应用题问题的题材应当具有鲜明的时代特征,能够在学生的生活中找到原型.



审题时必须重视试题的基础性和现实性,它对于确定考查的重点与题材的选用有重要的指导作用,非基础的偏题、怪题应给予建议更换。

### 三、一致、有效性原则

一致性原则是指中考试题应当在理念上、内容上、考查目标要求等方面与《课程标准》保持一致,所有试题求解过程中所涉及的知识、技能以及能力的水平要求应以《课程标准》为依据,不能随意扩展范围与提高要求。题目的立意、教育价值与教育目标应保持一致,设想与表达、题型与考查目的等应保持一致。对于超过《课程标准》的试题也应给予更换建议。

有效性原则是指数学学业考试试卷应当有效地反映学生的数学学习状况,关注对学生数学学习各个方面(过程与结果,知识与能力,思维水平与思维品质等)的考查,发挥各种题型的功能,使得试题设计与其要达到的评价目标相一致,使得试题的求解过程反映新课程理念所倡导的数学活动方式,如观察、实验、猜测、验证、推理等等,而不能仅仅是记忆、模仿与熟练。

### 四、稳定、创新性原则

稳定性原则是指命题应从数学教育的实际出发,在难度、方向、结构等方面应与往年保持相对的稳定,不宜一年一个花样,作过大的变化,命题改革应渐变而不宜突变,这有利于继承多年以来所积累的长处与形成的特色,有利于教学秩序的相对稳定,有利于试题改革的稳定进行,有利于逐步推进素质教育。

然而,稳定是相对的、暂时的,创新才是不断的、永恒的,不能因为稳定而妨碍创新,创新才是中考命题的主旋律。创新性原则是指命题应做到稳中求变,变中求新,新中求好,给学生提供创新、展示才华的机会,创新意味着内容、形式、结构、情景、设计方式等方面与以往不同,它可以是新瓶装新酒的形式,也可以是新瓶装老酒的形

式或老瓶装新酒的形式,它给试卷带来活力,给教师带来喜悦,带来启发,带来冲击——教师看到新颖的试题会有一种精神上的愉悦感,感到数学教学应重视创新意识的培养,产生必须改革因循守旧的思想观念与教学模式的想法,进而给学生带来新鲜与挑战,为课程改革提供动力.怎样才能做到创新呢?对于设计良好的新情景题、开放性试题、探索题、综合题与小巧别致的填空题、选择题等创新型试题必须加大审查力度,因为它们可能因创新而蕴涵较大的风险,必须特别注意.

## 五、思考、发展性原则

思考性原则是指数学中考试卷中,应有相当数量的题目具有思考性.虽然其他学科也重视这一点,但远不如数学在这方面强调的充分、全面、深刻,这是数学学科本身的特点——高度的抽象性,严密的逻辑性与广泛的应用性所决定的,这也正是“数学是思维的体操”在中考试卷上的体现.所谓思考性,是指题目应有一定的灵活性,要有广阔的思考空间,既有思维的广度,又有思维的深度,还有选择解题路径的自由度,它完全不同于那种死记硬背式的、机械操作式的题目,它要求的是能力,而不仅仅是知识与技能.

发展性原则是指命题时应以促进学生的发展为本的思想为指导,变以知识立意为主为以能力立意为主,充分体现数学试题的思考性;在内容与形式上,注意数学学科自身的特点,抓住数学的主干与本质,突出数学的思想方法与能力,加强试题的开放与探索,注意数学内部的联系、综合与外部的应用,体现内容的时代性,渗透试题的教育性;在难度立意上体现数学的教育价值.具体操作时,命题者既要在学生最近发展区上设计题目,又要使题目具有适度的挑战性,以让学生通过思考而不主要是靠记忆来取得成功,发展自信.

此处的发展性,不仅是一般性的指导思想,也包含了具体的、对操作有直接指导性的内容,而思考性则对审题提出了明确的指导,从对数学试题的审查上看试卷总体上是否把握了学生今后数学学

习发展的核心,思考性的深度与广度是否合适等。

## 六、规范、適切性原则

规范性原则是指成品试卷应符合试卷的规范,题头、登分表、说明、页尾标注等应正确不缺漏,题目的表述应符合数学的规范与语言文字的规范,做到叙述简洁,流畅易懂,标点正确,字母的斜体、正体使用得当,图文匹配,题目不跨页等。审题专家在审题过程中必须对此严格要求,认真完成。

適切性原则有两层意思,一是就整体而言,试卷整卷难度、难度分布及难、中、易的比例,题目的数量与知识点的覆盖率(虽然不强调过高的覆盖率,但也要有一定的覆盖率),试题的内容结构与能力结构等等应尽可能做到合理。一般提交审题试卷的同时还必须提交双向细目表和试卷情况分析,审题者可以根据试卷、双向细目表,以及试卷情况分析来分析题目覆盖知识点与内容结构等方面。不同地区的数学中考试题有不同的数量控制指标。一般而言,全卷的难度值可定在 0.65 左右,难、中、易的比例大致为 0.15 : 0.35 : 0.50,知识点的覆盖率不低于 50%。二是就具体题目而言,某题放在某一位置时,难度、题型、设问方式等方面要做到具有适宜性、贴切性。

显然,这一原则在中考审题时应予以特别重视,前者对试卷的规范有利于在学生解题等方面起到保障作用,后者则对整卷能否发挥良好的考查功能具有重要作用,在全卷难度等方面的作用更为明显,能对考生的心理与今后的教学产生重大影响。

## 七、和谐、优美性原则

和谐性原则是指作为成品的试卷从整卷的知识结构与能力结构上看是和谐的,从每道题的条件、结论及内部的关系上看也是和谐的,试题对知识与能力的考查是全面的、合理的,表述是简明的,问题的设计是自然的而不是牵强附会的。优美性原则是指,由于试卷体现了科学与人文精神的有机结合,重视了基础性与现实性的实

现,强调了一致与有效性的贯彻,注意了稳定与创新的平稳把握,注意了试题的思考性与发展性,讲究了题目的规范与合理,在整体感觉上充满了简洁与和谐,试卷显露出质量上的优与数学上、排版上的美.它既表现为形式上的美观,图形上的对称,也表现为结构上的合理,表达上的简明,还表现为设问上的精巧,逻辑关系的自然融洽.

和谐与优美既是一种整体上的要求,又是一种风格上的追求.为什么要提倡风格上的追求呢?因为风格是一种创造,提倡风格,就是提倡创造.只有风格上的简洁、和谐、新颖、优美而不是模式上的呆板的追求,才有可能创造出新而不怪、有品位的数学试卷.如果少了和谐性的追求,试卷的优美与质量则无以保证;鉴于和谐性在优美性中的重要地位,且远不能包括优美性,因此,将和谐性与优美性并提是适宜的.

数学中考审题的这些原则是相互独立又相互联系的,它们的有机结合就构成了一个完整的体系,给命题提供了有益的指导.有了对审题原则较为完整而清晰的理解,加上平常的思索和寻觅,审题时的谨慎思考,审题者就有可能提出令命题者信服的建议,从而帮助命题者修改原稿,使之成为富有新意且特色鲜明的试题.

## 第九章

# 数学命题中的纠错与评价机制

### 第一节 数学命题中的校对

命题的最后一个环节是校对. 校对是非常重要的, 假如命题者在前期工作中已投入全部精力, 对已完成的工作已很满意, 希望后面的时间稍微松懈一下, 这样的想法万万要不得. 如果对校对工作走马观花, 不仔细推敲, 那么以后命题者将可能对功亏一篑的疏忽后悔不已, 甚至痛心疾首. 校对有两大任务: 一是检查样稿与原稿是否一致, 二是承担再审任务. 前者是一般校对工作的通则, 后者则是要在“短时间内命出高质量试题”的情况下所附加的一项特别任务. 因为这时如果发现了问题还来得及改正, 一旦签字付印, 后果将很严重, 若在开考前才发现问题, 那就只能附上勘误了, 这将极大影响命题组的形象和荣誉.

中考数学试卷的常规校对(不带有审稿任务)包括如下任务:

1. 试卷名称、登分表、说明、页脚的标注(数学试卷、页数)、题目序号、题目要求的表述、题目正文的表述、标点符号等字内容是否与原稿一致, 前后一致, 是否有错;

2. 正文中的字母是否合乎要求;(在代数部分, 除了三角函数符号  $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$ , 单位符号如  $\text{cm}$ (厘米)、 $\text{m}$ (米)、 $\text{kg}$ (千克)等要求用正体外, 表述变量、常量、未知数的  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $s$ 、 $t$  等都用斜体小

写字母；几何中，表示点的字母如  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都用大写斜体形式，表示线段的字母  $l$ 、 $m$ 、 $n$  等都用小写斜体形式，字体、字号通常为 Times New Roman、5 号字）

3. 图文是否匹配，图形的大小是否适宜，线条的粗细是否适当，图形中字体字号是否正确，虚线画得是否正确，图形中的字母与点的位置是否适当，情景图是否简明扼要；

4. 总分加起来是否等于预定分数，如 120 分或 150 分；

5. 选择题中选择支序号 (A)、(B)、(C)、(D) 及字体是否正确；

6. 排版是否规范、美观，空位是否得当，题目是否存在跨页现象（题目不宜跨页），等等。

校对模式多种多样，如“一人读，众人听”的方法、每人独立静思的方法、边看边对或边看边做的方法等。只有多变换角度，反复多次地进行校对，才有可能保证试卷几乎不出差错。

对试题的再审，主要集中在内容的科学性上，而对试卷的校对则主要集中在形式的规范性与美观性上。一般情况下，在校对阶段不宜对试卷作大的修改；当然，若在校对时发现了某个重大错误，则一定要及时提出，争取避免产生失误。

## 第二节 几何画板动态演示查错

近年中考呈现出了以动态几何题作为中考压轴题的趋势，在命制这类动态几何压轴题的过程中，科学性、完备性的检验特别重要，否则，很可能会造成考虑不全面的失误。

**例 1** (05 安徽芜湖非课改卷第 31 题)

如图 9-1(1)，点  $P$  在经过点  $B(0, -2)$ ， $C(4, 0)$  的直线上， $Q$  点在函数  $y = \frac{4}{x} (x > 0)$  的图象上， $PQ \perp x$  轴。

- (1) 若  $PQ$  过点  $A(1, 0)$ , 求  $P$ 、 $Q$  点坐标及  $\triangle OPQ$  的面积;  
 (2) 如图(2), 当  $PQ$  在  $OC$  线段上水平移动  $a$  个单位后, 得到  $P'Q'$ , 求  $\triangle OP'Q'$  面积关于  $a$  的函数关系式?  
 (3)  $PQ$  移动到何位置时  $\triangle OP'Q'$  面积最大?

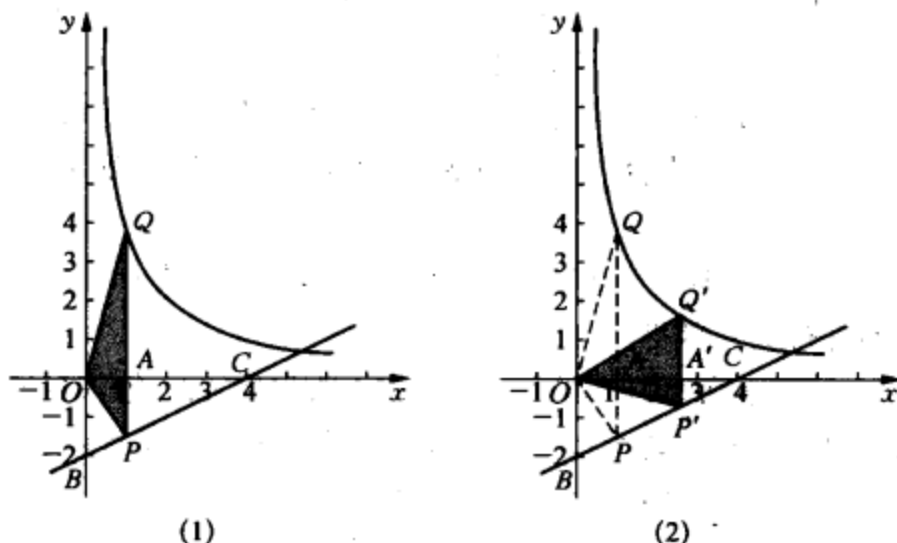


图 9-1

解: (1) 据题意, 设过点  $B(0, -2)$ ,  $C(4, 0)$  的直线解析式为  $y = kx + b$ .

整理可得  $y = \frac{1}{2}x - 2$ .

$\because PQ \perp x$  轴, 且过点  $A(1, 0)$ ,  $P$  在直线  $y = \frac{1}{2}x - 2$  函数图象上,  $Q$  在  $y = \frac{4}{x} (x > 0)$  的函数图象上,  $\therefore P\left(1, -\frac{3}{2}\right)$ ,  $Q(1, 4)$ .

$\therefore |AP| = \frac{3}{2}$ ,  $|AQ| = 4$ ,  $|OA| = 1$ ,

$S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} |OA| (|AP| + |AQ|) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{2} + 4\right) = \frac{11}{4}$ .

(2) 方法 1: 若  $PQ$  水平移动  $a (-1 \leq a \leq 3)$  个单位 (定义向右为正), 则可设  $P'\left(1+a, \frac{1}{2}a - \frac{3}{2}\right)$ ,  $Q'\left(1+a, \frac{4}{1+a}\right)$ , 于是

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle OP'Q'} &= \frac{1}{2} |OA'| (|A'P'| + |A'Q'|) \\
 &= \frac{1}{2} (1+a) \cdot \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2}a + \frac{4}{1+a} \right) \\
 &= -\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{11}{4} \\
 &= -\frac{1}{4}(a-1)^2 + 3.
 \end{aligned}$$

(3) 当  $a = 1$  时,  $S_{\max \triangle OP'Q'} = 3$ .

方法二: 设  $PQ$  水平移动  $a$  ( $-1 \leq a \leq 3$ ) 个单位. (定义向右为正)

$$\because S_{\triangle OA'Q'} = \frac{1}{2} x_{Q'} \cdot y_{Q'} \text{ 且 } y_{Q'} = \frac{4}{x_{Q'}},$$

$$\therefore S_{\triangle OA'Q'} = 2.$$

$$\because S_{\triangle OP'A'} = \frac{1}{2} (1+a) \cdot \left( \frac{3}{2} - \frac{1}{2}a \right) = -\frac{1}{4}(a-1)^2 + 1,$$

$$\therefore S_{\triangle OP'Q'} = S_{\triangle OA'Q'} + S_{\triangle OP'A'} = -\frac{1}{4}(a-1)^2 + 3.$$

(3) 当  $a = 1$  时,  $S_{\max \triangle OP'Q'} = 3$ .

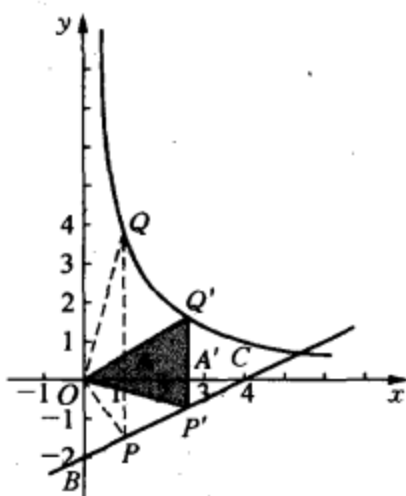


图 9-2

**【如何查错】** 本题第(1)小问很简单,从第(2)小问“如图 9-2, 当  $PQ$  在  $OC$  线段上水平移动  $a$  个单位后,得到  $P'Q'$ ,求  $\triangle OP'Q'$  面积关于  $a$  的函数关系式?”开始问题的难度逐渐加大,这就需要深入细致地展开讨论和防止出错的工作. 命题教师可以借助几何画板将图形作出,利用测量工具先测出  $PQ$  在  $OC$  线段上水平移动  $a$  的大小,再测出  $\triangle OP'Q'$  的面积,并观察当  $a$  的值发生变化时,  $\triangle OP'Q'$  面积的值是否满足计算得到的函数关系式,如满足则所求正确,若不满足,则寻找产生疏漏的原因. 第(3)小问“ $PQ$  移动到何位置时  $\triangle OP'Q'$  面积最大?”也可同样利用测量工具检验当  $a = 1$  时,  $S_{\max \triangle OP'Q'} = 3$  是否成立. 如满足则成立,否则考虑漏洞在什么地方,还有哪些问题没有考虑到? 应一一进行彻底排查,直到问题全部解决为止.



例 2(07 安徽芜湖课改卷第 24 题)

已知圆  $P$  的圆心在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k > 1)$  图象上, 并与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点, 且始终与  $y$  轴相切于定点  $C(0, 1)$ .

(1) 求经过  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点的二次函数图象的解析式;

(2) 若二次函数图象的顶点为  $D$ , 问当  $k$  为何值时, 四边形  $ADBP$  为菱形.

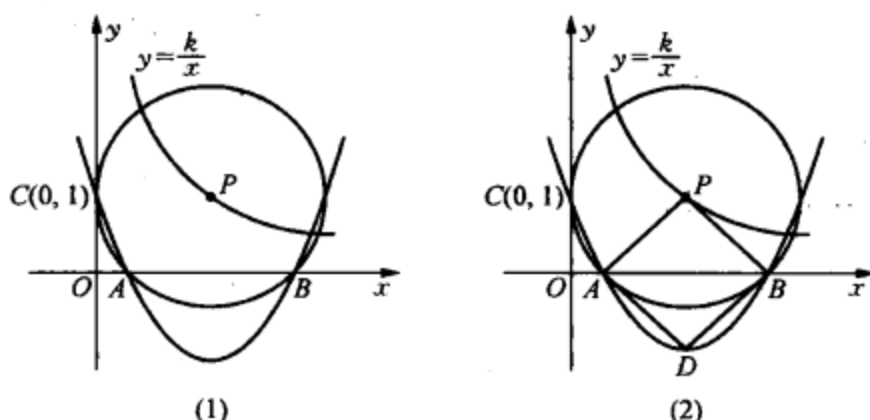


图 9-3

解: (1) 连结  $PC$ 、 $PA$ 、 $PB$ , 过  $P$  点作  $PH \perp x$  轴, 垂足为  $H$ .

$\because \odot P$  与  $y$  轴相切于点  $C(0, 1)$ ,  
 $\therefore PC \perp y$  轴.

$\because P$  点在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上,  $\therefore P$  点坐标为  $(k, 1)$ .

$\therefore PA = PC = k$ .

在  $\text{Rt} \triangle APH$  中,  $AH = \sqrt{PA^2 - PH^2} = \sqrt{k^2 - 1}$ ,  
 $\therefore OA = OH - AH = k - \sqrt{k^2 - 1}$ .

$\therefore A(k - \sqrt{k^2 - 1}, 0)$ .

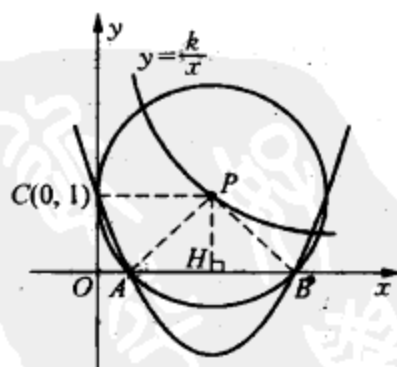


图 9-4

∵ 由⊙P 交  $x$  轴于  $A$ 、 $B$  两点, 且  $PH \perp AB$ , 由垂径定理可知,  $PH$  垂直平分  $AB$ .

∴  $OB = OA + 2AH = k - \sqrt{k^2 - 1} + 2\sqrt{k^2 - 1} = k + \sqrt{k^2 - 1}$ , ∴  $B(k + \sqrt{k^2 - 1}, 0)$ .

故过  $A$ 、 $B$  两点的抛物线的对称轴为  $PH$  所在的直线, 其解析式为  $x = k$ .

可设该抛物线解析式为  $y = a(x - k)^2 + h$ .

又抛物线过  $C(0, 1)$ ,  $B(k + \sqrt{k^2 - 1}, 0)$ , 得:

$$\begin{cases} ak^2 + h = 1, \\ a(k + \sqrt{k^2 - 1} - k)^2 + h = 0. \end{cases}$$

解得  $a = 1$ ,  $h = 1 - k^2$ .

∴ 抛物线解析式为  $y = (x - k)^2 + 1 - k^2$ .

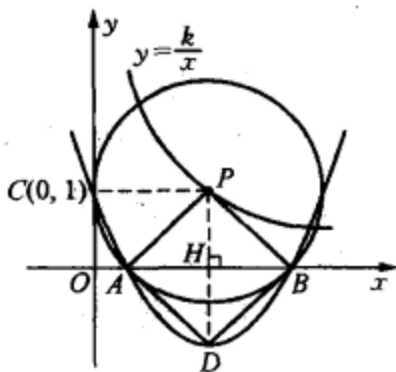


图 9-5

(2) 由(1)知抛物线顶点  $D$  坐标为  $(k, 1 - k^2)$ .

∴  $DH = k^2 - 1$ .

若四边形  $ADBP$  为菱形, 则必有  $PH = DH$ .

∵  $PH = 1$ , ∴  $k^2 - 1 = 1$ .

又∵  $k > 1$ , ∴  $k = \sqrt{2}$ .

∴ 当  $k$  取  $\sqrt{2}$  时,  $PD$  与  $AB$  互相垂直平分, 则四边形  $ADBP$  为菱形.

**【如何查错】** 在对本题进行检查的时候, 命题组将重心放在“圆  $P$  的圆心在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k > 1)$  图象上, 并与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点, 且始终与  $y$  轴相切于定点  $C(0, 1)$ ”上. 试题中的圆为一动态变化的圆, 再加上二次函数图象的顶点为  $D$ , 讨论当  $k$  为何值时, 四边形  $ADBP$  为菱形就构成了一个用动态几何演示的经

典案例.拖动圆心,二次函数随之发生变化,四边形也发生形变,由此就可以非常直观地显示出其变化.命题组通过动态演示,发现了一些问题,对其中不够严密的地方做了较大的调整,如此反复,直到满意为止.

**例 3**(08 安徽芜湖课改卷第 24 题)

如图 9-6,已知  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ , 现以  $A$  点为位似中心,相似比为  $9:4$ , 将  $OB$  向右侧放大,  $B$  点的对应点为  $C$ .

(1) 求  $C$  点坐标及直线  $BC$  的解析式;

(2) 一抛物线经过  $B$ 、 $C$  两点, 且顶点落在  $x$  轴正半轴上, 求该抛物线的解析式并画出函数图象;

(3) 现将直线  $BC$  绕  $B$  点旋转与抛物线相交与另一点  $P$ , 请找出抛物线上所有满足到直线  $AB$  距离为  $3\sqrt{2}$  的点  $P$ .

**解:** (1) 过  $C$  点向  $x$  轴作垂线, 垂足为  $D$ , 由位似图形性质可知:

$$\triangle ABO \sim \triangle ACD, \therefore \frac{AO}{AD} = \frac{BO}{CD} = \frac{4}{9}.$$

由已知  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ , 可知:  
 $AO = 4$ ,  $BO = 4$ .

$\therefore AD = CD = 9$ .  $\therefore C$  点坐标为  
(5, 9).

直线  $BC$  的解析是为:

$$\frac{y-4}{9-4} = \frac{x-0}{5-0},$$

化简得:  $y = x + 4$ .

(2) 设抛物线解析式为  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ), 由题意得:

$$\begin{cases} 4 = c, \\ 9 = 25a + 5b + c, \\ b^2 - 4ac = 0, \end{cases}$$

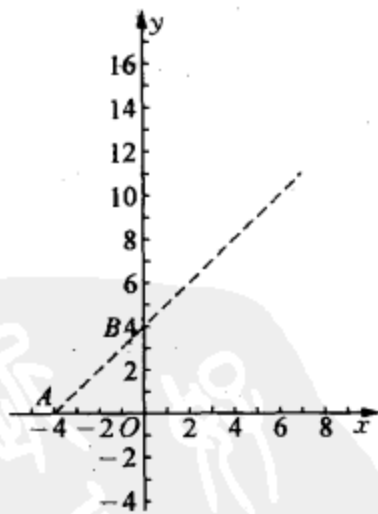


图 9-6

$$\text{解得: } \begin{cases} a_1 = 1, \\ b_1 = -4, \\ c_1 = 4, \end{cases} \begin{cases} a_2 = \frac{1}{25}, \\ b_2 = \frac{4}{5}, \\ c_2 = 4. \end{cases}$$

∴ 抛物线解析式为  $y_1 = x^2 - 4x + 4$  或  $y_2 = \frac{1}{25}x^2 + \frac{4}{5}x + 4$ .

又 ∵  $y_2 = \frac{1}{25}x^2 + \frac{4}{5}x + 4$  的顶点在  $x$  轴负半轴上, 不合题意, 故舍去.

∴ 满足条件的抛物线解析式为  $y = x^2 - 4x + 4$ .

(画图略)

(3) 将直线  $BC$  绕  $B$  点旋转与抛物线相交与另一点  $P$ , 设  $P$  到直线  $AB$  的距离为  $h$ , 故  $P$  点应在与直线  $AB$  平行, 且相距  $3\sqrt{2}$  的上下两条平行直线  $l_1$  和  $l_2$  上.

由平行线的性质可得: 两条平行直线与  $y$  轴的交点到直线  $BC$  的距离也为  $3\sqrt{2}$ .

如图 9-7, 设  $l_1$  与  $y$  轴交于  $E$  点, 过  $E$  作  $EF \perp BC$  于  $F$  点.

在  $\text{Rt} \triangle BEF$  中,  $EF = h = 3\sqrt{2}$ ,  $\angle EBF = \angle ABO = 45^\circ$ ,

∴  $BE = 6$ . ∴ 可以求得直线  $l_1$  与  $y$  轴交点坐标为  $(0, 10)$ .

同理可求得直线  $l_2$  与  $y$  轴交点坐标为  $(0, -2)$ .

∴ 两直线解析式分别为  $l_1: y = x + 10$ ;  $l_2: y = x - 2$ .

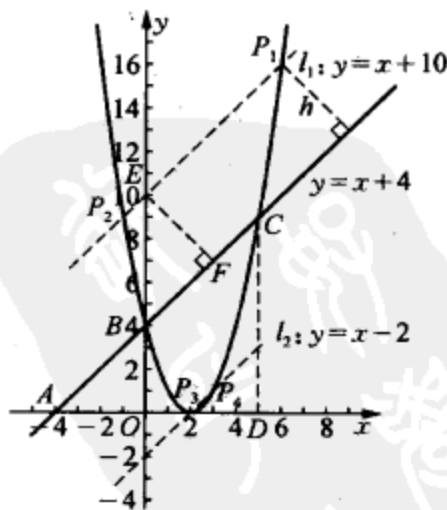


图 9-7

根据题意列出方程组: (1)  $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4, \\ y = x + 10, \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4, \\ y = x - 2. \end{cases}$

$$\text{解得} \begin{cases} x_1 = 6, \\ y_1 = 16, \end{cases} \begin{cases} x_2 = -1, \\ y_2 = 9, \end{cases} \begin{cases} x_3 = 2, \\ y_3 = 0, \end{cases} \begin{cases} x_4 = 3, \\ y_4 = 1. \end{cases}$$

$\therefore$  满足条件的点  $P$  有四个, 它们分别是  $P_1(6, 16)$ ,  $P_2(-1, 9)$ ,  $P_3(2, 0)$ ,  $P_4(3, 1)$ .

**【如何查错】** 本题的检查重心在第三小问, 命题组将讨论的重点放在“将直线  $BC$  绕  $B$  点旋转与抛物线相交与另一点  $P$ , 请找出抛物线上所有满足到直线  $AB$  距离为  $3\sqrt{2}$  的点  $P$ ”上, 运用几何画板作出二次函数图象, 令直线  $BC$  绕  $B$  点旋转, 检查其与二次函数交点的情况. 命题组一开始只是想用位似变换, 差一点漏掉有两种情况, 后来通过几何画板演示发现还有另一种情况, 于是修改了原稿, 经过反复拖动明确只有以上四种情况, 才最后定稿.

### 第三节 考试的功能与测量指标

考试作为检查教学效果的手段, 测定学生学业成绩的工具以及进行教育科研的方法, 具有如下功能:

1. 反馈功能. 教育是一个连续性的长期过程, 教与学双方都需要通过获得反馈, 及时了解情况, 及时作出补救. 学生可以根据反馈情况, 进一步自律; 教师可以根据反馈情况, 作出诊断与调整. 充分运用“反馈—矫正”机制, 对于教学目标的达成具有重要意义.

2. 激励功能. 通过考试对前段教学效果作出测定, 对教师的教育实践与研究, 对学生的学习都具有极大的激励作用. 考试可以增加师生的精神动力, 使成绩优异者获得成功的喜悦, 从而更加奋发上进, 向更高目标攀登; 使成绩不良者克服盲目骄傲的情绪, 更加清醒地认识自己, 从而发奋学习, 争取下一阶段的成功.

3. 导向功能. 一次成功的考试, 尤其是大规模考试, 在客观上起着指挥棒作用, 它引导教者与学者进一步明确教学目标、重点与难点, 克服教学实践与教育研究中的偏差与弊端, 使教育实践与研究

沿着正确的航向前进。

4. 评价功能. 考试是对师生教和学的情况作出的客观测定,是评价教学水平与学生成绩的主要依据;考试支持者总是根据某种特定的目的,依据自己的价值观念,对被试作出价值评定,从而作出处置. 所以考试成绩常是分班编班、招生招工的依据,也是评价教育水平高低,教育研究成败的依据之一。

在常模团体内,对每个个体(或小团体,如学校或班级)可以进行时序评价结果间的比较(不同测验之间)或个体诸侧面(不同科目之间)的比较,由此所作出的评价称为“个体内差异评价”,这是常模参照性评价应用的优势领域和发展方向. 个体内差异评价通常要用标准分数进行比较. 若用原始分数对今昔或各侧面进行比较,则在一定程度上降低了评价的意义. 因为它既没有与绝对标准相比较,也没有与他人相比较,而且没有作出价值判断. 限于篇幅,对于教育测量学中的许多知识,此处就不再赘述了,以下仅从效度和信度两方面进行简要阐述。

### 1. 效度

效度是指测量的准确性和有效性的指标,也就是测量的结果与所要达到的目标二者之间的符合程度. 根据测验的目的,弗伦奇(Frech)和米歇尔(Michbie)把效度分为内容效度、结构效度和效标效度。

所谓内容效度,是指题目内容的代表性,即试题在多大程度上概括了所要测量的整个内容. 试题的内容与学科内容一致性程度越高,内容效度也越高。

所谓结构效度,是指测试结果能够说明理论的某种结构或特征的程度,如智力,其结构包括判断、理解和推理能力. 如果测试智力的题目包括了以上三个因素,就可以认为测验具有结构效度。

所谓效标效度,又称效标关联效度,是指测试结果与预结果的相关效度. 效标,就是借以参照的效度标准,一般应以课标与教材为效标。

要提高效度,必须注意以下几点:

(1) 要控制系统误差,即控制测试过程的误差,包括:测量标准的失真,题目的复杂现象,题目与指导语有暗示性,答案具有明显的规律性.

(2) 精心编制测试题,分析教学目标,编制双向细目表,测试题表述简明易懂,测试题有必要的覆盖面.

(3) 妥善组织测试等.

内容效度与结构效度一般没有适当的计算方法.效标关联效度一般用积差相关系数表示,如,求出入学测验分数与期末测验分数的相关系数.一般认为效度指标在 0.6 以上是有效测验.

## 2. 信度

信度,是指测验结果的可靠性程度,即实际测验分数与该生真实水平相关的程度.

提高测试信度必须注意以下几点:

(1) 测试题要有一定的数量.题目越少,测试题抽样受偶然性因素的影响越大,信度也越低.

(2) 测试题难度要适中.难度太大或太小则得分普遍高或普遍低,就会降低信度.

(3) 测试题内容要单纯集中,不宜过于庞杂.

(4) 测试时间要充分.

(5) 试题评分标准制定要科学,评分要客观.

信度系数的计算主要有以下几种方法:

(1) 稳定性系数,即用同一测试题在不同时间内(时距要适当)对相同学生施行两次测验所得分数的相关系数.这就是用“重测法”获得的信度系数.

(2) 等值性系数.用两个等值(题型、题量、难度、区分度等方面都大致相同)而具体内容不同的测试题,在尽可能短的时间内,对相同应试者施行测验,两次测验所得分数的相关系数即为等值性系数.这是用“复份法”获得的信度系数.

(3) 内部一致性系数. 这是指同一次测验的奇数测试题与偶数测试题两部分得分的相关系数, 有两种计算方法.

① “分半法”. 用皮尔逊积差相关公式计算出相关系数, 然后再用斯尔曼—布朗公式予以校正. 其公式为

$$r_u = \frac{2r_{X_1 X_2}}{1 + r_{X_1 X_2}}.$$

在上式中,  $r_u$  为校正后的信度系数,  $r_{X_1 X_2}$  是由皮尔逊积差相关系数公式计算出的分半信度系数.

② 库得一理查森法. 根据各人总分的平均数和标准差求信度, 此法用于求客观性试题信度最合适. 其公式有两个:

$$r_{KR20} = \frac{K}{K-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right]$$

上式中,  $r_{KR20}$  为整个测验的信度系数,  $K$  为测验题数,  $p$  为各题正确反应人数占总人数的百分数,  $q$  为各题错误反应人数占总人数的百分数,  $S^2$  为各应试者各题的得分和的方差.

$$\text{另一公式为: } r_{KR21} = 1 - \frac{\sum \bar{X}(K - \bar{X})}{KS^2}.$$

上式中,  $\bar{X}$  是各人总分的平均数,  $S^2$  是各人总分的方差,  $K$  是题目数.

信度和效度在命题和审题中是相当重要的两项指标, 对其进行客观分析有助于提高命题质量.

## 第四节 数学试题评价量表简介

中国教育学会数学教育研究发展中心全国数学考试评价研究会在其近年发布的《全国中考数学考试评价报告》中, 给出了评价数学命题的指标量表. 该量表包括六项一级指标, 它们分别是: 1. 效



度;2.信度;3.区分度;4.可推广性;5.自洽性;6.教育性.

每项一级指标又可被具体细分为一些可操作性强的二级指标,这些二级指标分别指出了评价和操作要点,使用方便.现简要列出,以供借鉴.

1. 效度评价的二级指标:(1)体现数学课程标准所规定的学习要求;(2)有利于考生展示自己在数学课程学习中取得的成就;(3)试题的科学性;(4)评分标准的合理性;(5)题型使用的合理性;(6)分数与能力一致性的程度.

2. 信度评价的二级指标:(1)试卷所规定系统误差的可行性;(2)评分标准的准确性;(3)试题陈述的准确性;(4)试题呈现的规范性.

3. 区分度评价的二级指标:(1)封闭题不同解法之认知水平要求的等价性;(2)试题记分所对应的考查层次清楚;(3)区分达到数学课程标准所规定的毕业水平的程度;(4)试卷总分划分有利于评定不同层次数学成绩达标者的数学成绩;(5)各数学成绩水平主要得分试题的可区分性;(6)试卷及评分标准适合等级表示.

4. 可推广性评价的二级指标:(1)题目所考查直接问题可推广的程度;(2)题目所考查的直接目标的可再抽象性;(3)整卷结论的可推广性.

5. 自洽性评价的二级指标:(1)试卷题目间相互校正测量误差的功能;(2)试卷确保同一水平考试结果成绩一致的功能;(3)试卷逻辑结构的合理性;(4)试卷题型结构的合理性;(5)试卷厚重度的合理性.

6. 教育性评价的二级指标:(1)体现义务教育性质;(2)试卷所体现的数学价值观;(3)试卷所倡导的数学学习方式;(4)试卷所倡导的数学教学方式;(5)试卷的时代性和地方特色.

理解和掌握这些指标对于灵活运用素材,编写与评价试题,进而提升命题质量将会起到极大的作用.

*Di Wu Pian* 第五篇

**修 饰 篇**

新 知 覺  
平 和  
PDG

## 第十章

# 如何使考试试卷更美观

### 第一节 文字录入和排版

当今时代是高效率的信息时代,每位命题教师都应该具有一定的信息技术素养,至少能熟练使用 Word 和 Excel 等字表处理软件.软件的使用,可以减少过度的誊抄和反复低水平的运算,提高命题者修改命题和预估难度值工作的效率.每位命题者在明确初稿后就可以将初稿试题录入计算机,为修改工作做好准备.此处对 Word 和 Excel 等字表处理软件的使用不作具体介绍,相信每位命题者只要花点时间学习就一定能熟练掌握.

Word 字处理软件具有所见即所得的效果,如图 10-1 所示的排版效果已基本达到与实际成卷相当的效果.有教师可能会问,这样是不是就可以印刷成卷了?一般而言,小规模测试对排版质量要求不高,这样是可以的,但对于大规模考试命题来说,成卷的质量也很重要,必须达到专业印刷级,而 Word 字处理软件在许多地方还不能达到印刷级水平.通常印刷厂使用的是方正排版系统,他们会先将用 Word 字处理软件排好的文件转化为 .txt 文本格式文件(其中的字和标点保留,所有排版控制信息则全部丢失),再由专业排版人员按 Word 软件的图文效果进行方正排版.

在 Word 字处理软件与方正排版软件的文件转化过程中,字和

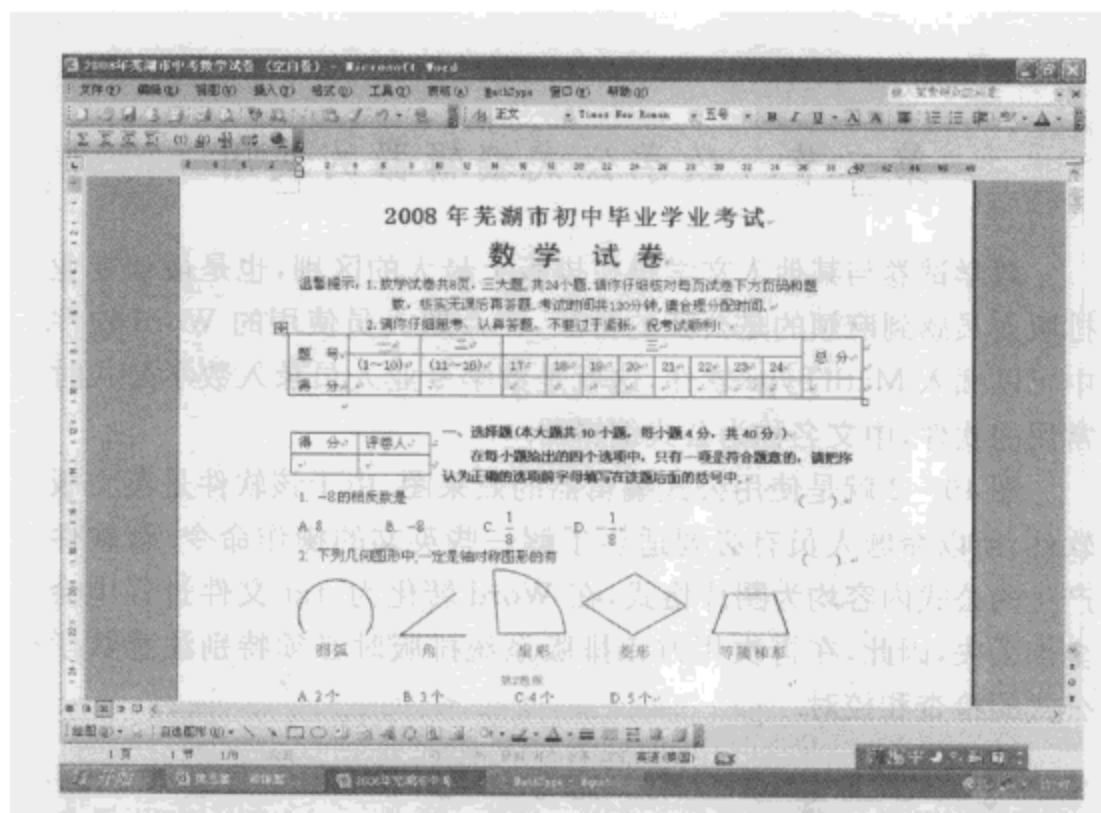


图 10-1

标点不发生变动,需要调整的主要是数学公式和所包含的图象.非专业命题人员的文字录入速度往往较快,但录入数学公式和绘制图象却常常会使他们感到很棘手.最初,命题教师是先在纸上手工制图,再交印刷厂专业作图员用专业软件扫描后临摹作图,这看起来很简单,但专业作图员往往无法准确理解数学图形所包含的专业知识、准确度及精度要求.一般而言,手工绘制的图形本身准确度和精度就不太高,再通过扫描得出的图象经过修改,又会产生一些误差,几次调整后,有时误差会放大,影响图象的准确性.经过处理后的图象是通过出样张后再校对,一遍又一遍地进行调整的,这样,要得到命题教师满意的图象需要付出许多时间和精力.然而,如果命题教师能熟练使用专业的作图软件(特别是专业的矢量作图软件Coreldraw)精确作图,就可以节省大量的工作量,作图的精度和效果也会更好.

## 第二节 数学公式编辑器的使用

数学试卷与其他人文学科在排版上最大的区别,也是最让专业排版人员感到麻烦的是公式的排版,在命题人员使用的 Word 软件中可以插入 MathType 软件,这就是数学专业人员录入数学公式时常用的软件,中文名称为公式编辑器。

图 10-2 就是使用公式编辑器的效果图。由于该软件是英文版软件,所以命题人员有必要适当了解一些英文的操作命令。该软件产生的公式内容均为图片格式,在 Word 转化为 .txt 文件过程中会全部丢失,因此,在再次用方正排版系统排版时必须特别注意数学公式的检查 and 校对。

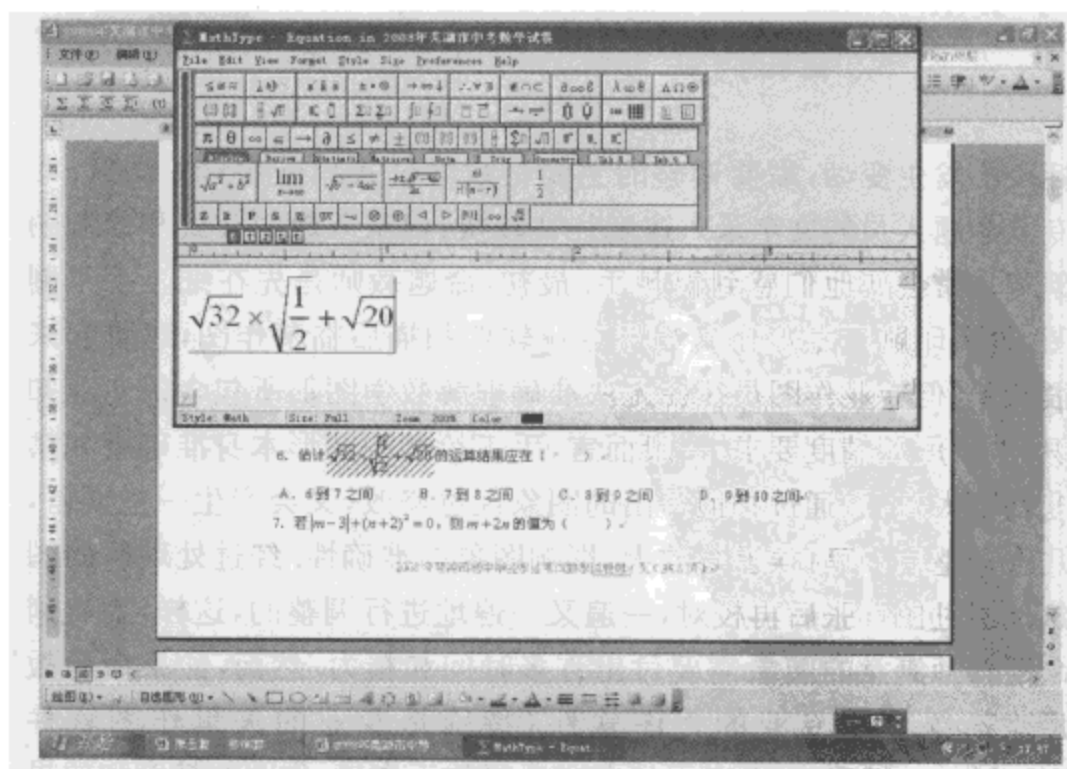


图 10-2

## 第十一章

# 几何画板与矢量作图软件简介

### 第一节 几何画板作图与 动态检验简介

在命题中使用现代教育技术,能帮助教师更好地把握学科的内  
在实质,加强他们的观察能力、问题解决能力,以及缜密思维能力.  
因此每位数学命题教师都应熟练掌握一些数学专业软件,其中几何  
画板就是一个较为“个性化”的、面向数学学科的工具平台.

几何画板可以为命题者提供一个观察和探索几何图形内在关  
系的环境.它以点、线、圆为基本元素,用户可以通过对这些基本元  
素进行变换、构造、测算、计算、动画、跟踪轨迹等操作,构造出其他  
较为复杂的图形.

几何画板最大的特色是“动态性”,用户可以用鼠标拖动图形中  
的任一元素(点、线、圆),而开始给定的所有几何关系(即图形的基  
本性质)都将保持不变.

命题者可以利用几何画板的“动态性和形象性”来检验所命几  
何试题的科学性和合理性.命题者可以任意拖动图形、观察图形、进  
行猜测并验证,在观察、探索、发现的过程中增加对几何试题中各种  
图形的感性认识,形成丰厚的几何经验,从而巩固命题的严密性.特  
别是在演示复杂关系情况下的量的变化时,几何画板的直观性和准

确性是非常突出的. 现在中考中较为流行的压轴题多为动态几何性质的试题, 仅凭命题教师在纸上画一画是不够的, 必须借助几何画板让动点或动直线等随意运动, 演示出各种可能的情况, 在图形的变化中观察不变的或有规律可循的关系. 几何画板的这种特性有助于帮助命题者在图形的变化中把握不变的几何规律, 体会几何的精髓, 避免很难发现的错误, 真正发挥计算机的优势.

几何画板的操作非常简单, 一切操作都靠工具栏和菜单实现, 而无需编制任何程序. 在几何画板中, 一切都要借助几何关系来表现, 因此用它设计软件最关键的是“把握几何关系”, 而这正是教师们所擅长的. 用几何画板作图的速度非常快, 如果有设计思路, 操作较为熟练的教师只需几分钟即可完成作图.

### 【启动】

单击 Windows 桌面左下角的“开始”按钮, 依次选择“程序→几何画板 4.06 中文集成版”, 单击即可启动几何画板.

进入几何画板系统后的屏幕画面如图 11-1 所示.

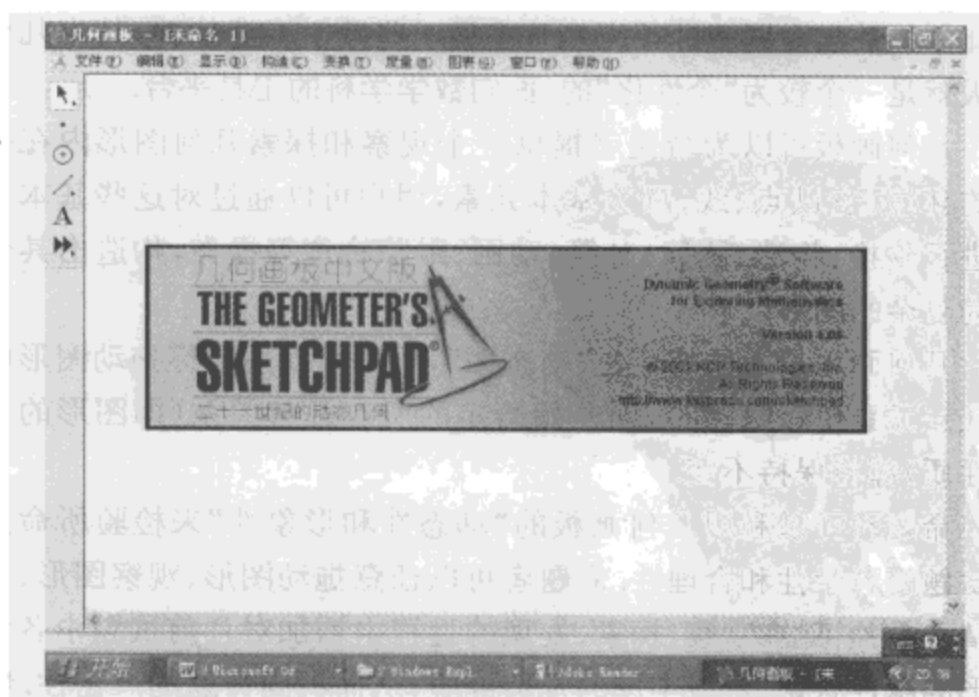


图 11-1







## 【绘图工具】

画板的左侧是工具箱,把光标移动到工具的图标上面,就会显示工具的名称.它们从上到下依次为选择箭头工具、点工具、圆规工具、直尺工具、文本工具、自定义画图工具.

几何画板的主要用途之一是用来绘制几何图形,而几何图形的绘制,通常用直尺和圆规即可完成,用它们几乎可以画出所有的欧氏几何图形.这是因为任何欧氏几何图形最后都可归结为“点”、“线”、“圆”,几何画板正是运用这些基本元素绘出几何图形的.

要想用几何画板进行绘图或动态检验,就得先熟悉几何画板的工具及命令.

### 一、画板工具

 用于选择对象,这是它的主要功能,当然它还有其他功能; 用于画点,可以在画板绘图区任何空白的地方或“线”上画点,“线”可以是线段、射线、圆、轨迹、函数图象等; 用于画圆; 用于画线,既能画线段,也能画直线和射线; 用于加标注(即说明性的文字)或给对象标标签; 用于自定义工具,如果使用者觉得上述工具不够,就可以定义新的工具,在选择某项绘图工具时,用鼠标单击该工具即可.

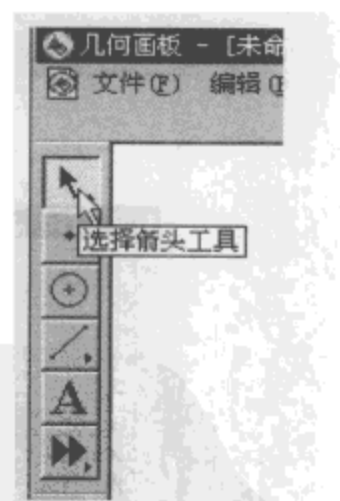


图 11-2

### 二、下拉式菜单栏

在熟悉下拉式菜单栏的所有命令后,命题者就可以比较方便地使用几何画板了,下面列出一些常用操作,以供参考.

#### (一) 文件(F)

1. 新建一个几何画板文件(.gsp)的操作如图 11-3 所示.
2. 打开一个或多个(.gsp 或 .gss)文件的操作如图 11-4 所示.



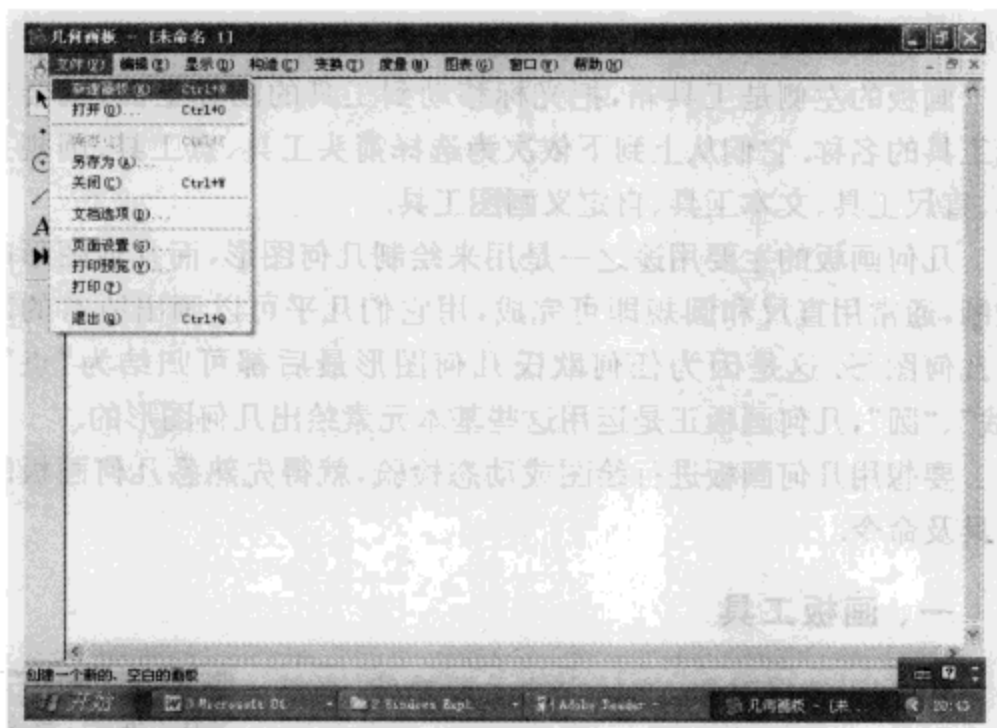


图 11-3

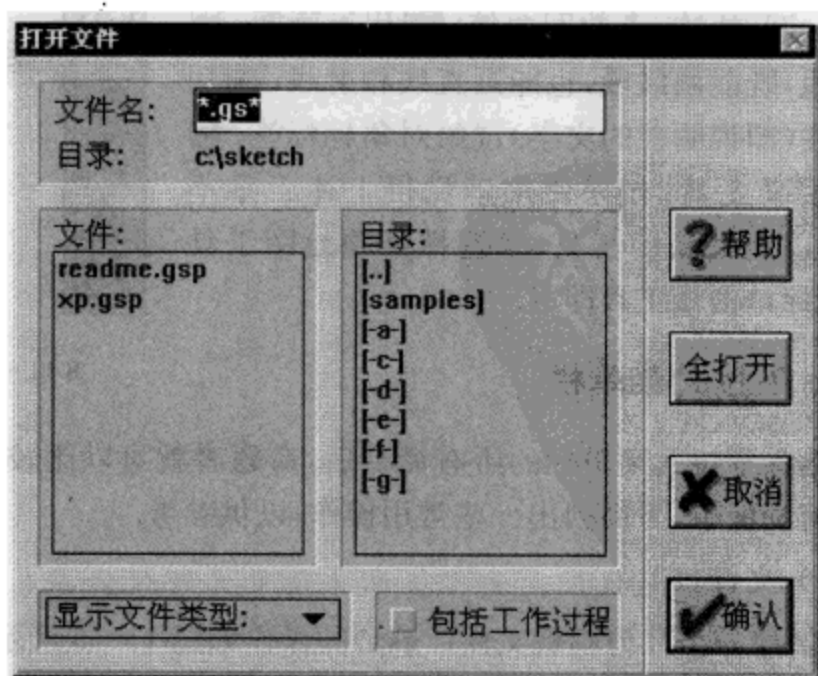


图 11-4

若勾选“包括工作过程”，则可保留上次工作过程，并可对前面工作步骤进行“撤销”或“重复”（在编辑菜单中有此项目）操作，对画板进行加工。操作完毕保存当前文件（. gsp 或 . gss）时也可换名保存或存为图象文件（. wmf）。

## （二）编辑(E)菜单

编辑菜单下常用的命令包括：

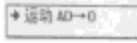
1. [X 剪切 Ctrl+X]：将选中对象剪切到剪贴板；
2. [C 复制 Ctrl+C]：将选中对象复制到剪贴板；
3. [P 粘贴 Ctrl+V]：将剪贴板上的内容粘贴到当前文件上；
4. 按钮

（1）[M 移动]：实现点由一位置运动到另一位置。


操作：①依次选定起点、终点；②依次选择[编辑]→[按钮]→[移动]命令；③设置运动速度，如图 11-5 所示，有急速、快速、中速及慢速等四档。







图 11-5

设置完成后，画板中出现按钮 , 双击该按钮，动点就会按要求移动。

（2）[A 动画]：动点按照给定的路径（线段、直线、射线、圆等）运动。

操作：①选定一个动点、一条轨迹；②依次选择[编辑]→[按钮]→[动画]命令，在弹出的如图 11-6 所示的对话框中进行动画设置；③设定完毕后，点击“动画”命令，画板中会出现按钮 , 双击此按钮，动点就按给定的轨迹运动起来。

（3）[H 隐藏/显示]：对选定对象设置“隐藏/显示”。

操作：①选择需要隐藏的对象；②依次选择[编辑]→[按钮]→[隐藏/显示]命令，画板上出现按钮 、，双击  按钮，隐藏被选择对象，双击  按钮，显示被隐藏对象。

（4）[Q 序列]：按选定动作序列设置新的动作。

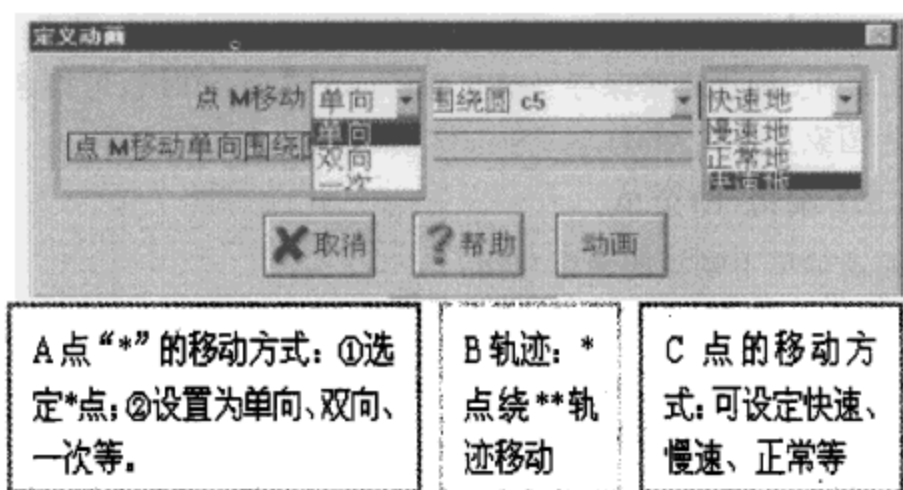



图 11-6

操作:①依次选择几个需要顺序完成的动作;②执行[编辑]→[按钮]→[序列]命令,在画板中会出现按钮 ,双击此按钮,画板就依次执行设定的动作。

(5) [D 执行]:执行选择按钮的动作。

#### 5. 选择

(1) [A 选择全部 Ctrl+/]:选择活动窗口中的全部内容。

(2) [N 选择父母 Ctrl+U]:选择父母对象。

(3) [H 选择子女 Ctrl+D]:选择子女对象。

6. [T 轨迹跟踪(对象)Ctrl+T]:跟踪对象(点、线、内圆、内多边形等)移动的轨迹。

7. [A 动画...]:定义动画。(与前面编辑中动画的定义相比,此处的动画只有一次,且无按钮)

8. [P 设置参数]:设置显示参数,其设置标签如图 11-7 所示。

### (三) 构造(C)

“构造”菜单的命令如图 11-8 所示,其常用功能包括:构造点、构造线、构造圆或圆弧、内部、轨迹等。

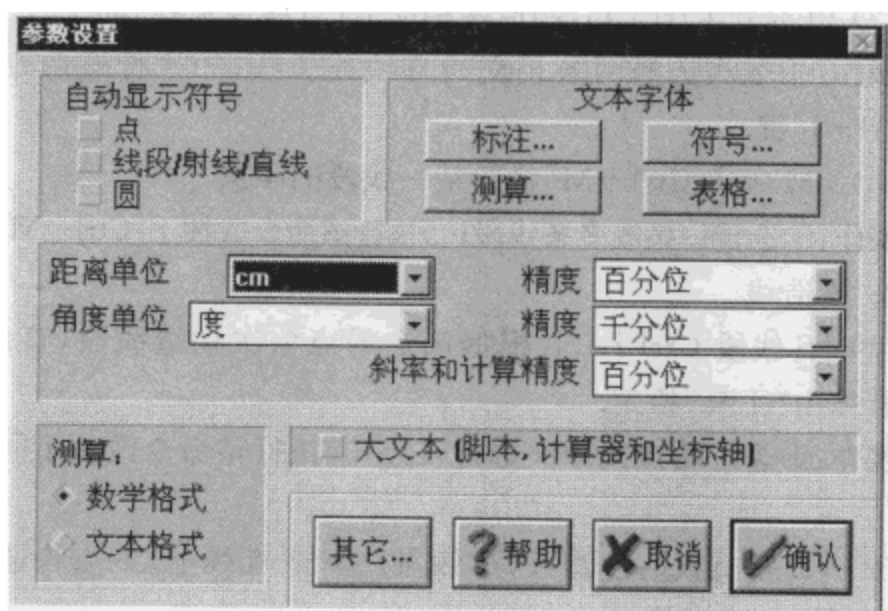


图 11-7

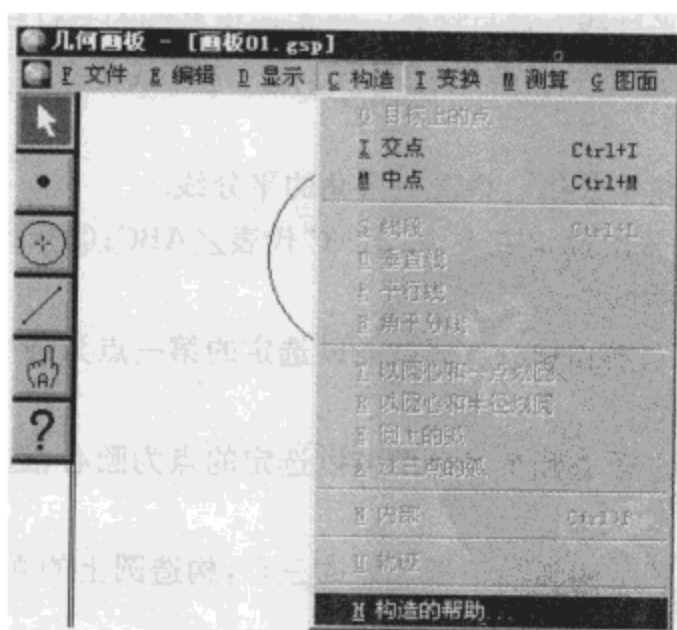


图 11-8

## 1. 构造点

(1) [O 目标上的点]: 在选定的对象上构造一个点.

(2) [I 交点 Ctrl+I]:构造两相交线(直线或弧线)的交点.

操作:①依次选择两条相交的直线或弧线;②执行该命令或按下[Ctrl+I]键.

(3) [M 中点 Ctrl+M]构造某一线段的中点.

操作:①选定一条或多条线段;②执行该命令或按下[Ctrl+M]键.

## 2. 构造线

(1) [S 线段 Ctrl+L]:根据选定的点依次构造线段(直线、射线),具体由“工具”给定.

操作:①选定两点或依次选定几点;②执行该命令或按下[Ctrl+L]键.

(2) [D 垂直线]:过直线(或线段)外(或直线上)一点构造该直线(或线段)的垂直线.

操作:①选择一个(或多个)点和一条(或多条)直线;②执行该命令.

(3) [P 平行线]:过直线外一点构造该直线的平行线.

操作:①选择一个点(或多个点)和一条(或多条直线);②执行该命令.

(4) [B 角平分线]:构造一个角的平分线.

操作:①依次选定三点 A、B、C 代表 $\angle ABC$ ;②执行该命令.

## 3. 构造弧线

(1) [T 以圆心和一点画圆]:以选定的第一点为圆心,过选定的第二点画一圆.

(2) [R 以圆心和半径画圆]:以选定的点为圆心、选定的线段为半径画圆.

(3) [E 圆上的弧]:根据选定的三点,构造圆上的弧.(有一点为圆心,另有一点不一定在圆弧上)

(4) [A 构造过三点的圆弧]根据选定的三点,构造圆上的弧.(三点均在圆弧上)

## 4. 构造轨迹

[U 轨迹]:根据条件,构造点的轨迹.

#### (四) 变换(T)

“变换”菜单的命令如图 11-9 所示。

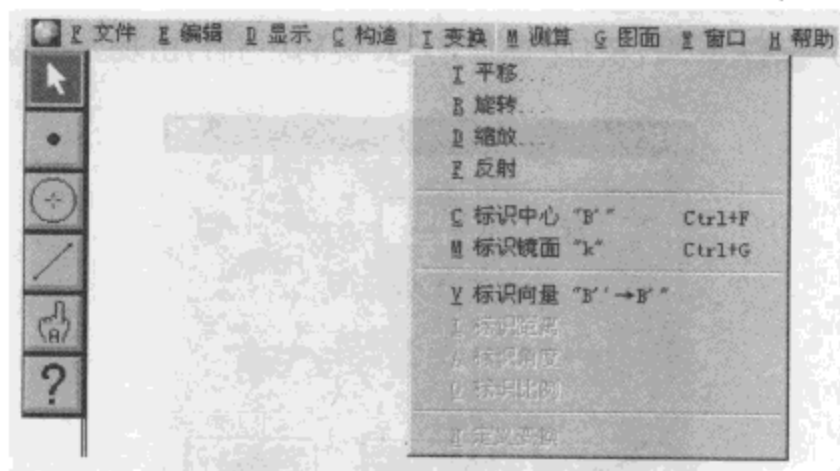


图 11-9

##### 1. 变换方式

- (1) **平移**：执行[变换]→[T 平移...]后出现定义标签。(图 11-10)



图 11-10

可选择“根据标识的距离”平移、根据“直角坐标向量”平移、根据“极坐标向量”平移、根据“标识的向量”平移等多种定义,不同的定义方式,移动的用处不同。

(2) **旋转...**:执行[变换]→[R 旋转...]后,出现如下对话框:

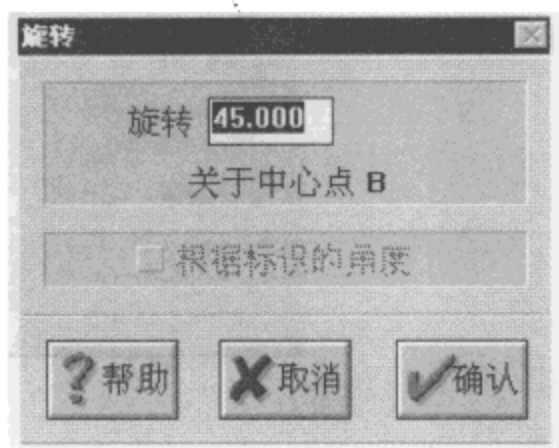


图 11-11

对话框用于设置要旋转的角度,或选择“根据标识的角度”,使对象按事先设定进行旋转。

(3) **缩放...**:执行[变换]→[D 缩放...]后,出现如下对话框:

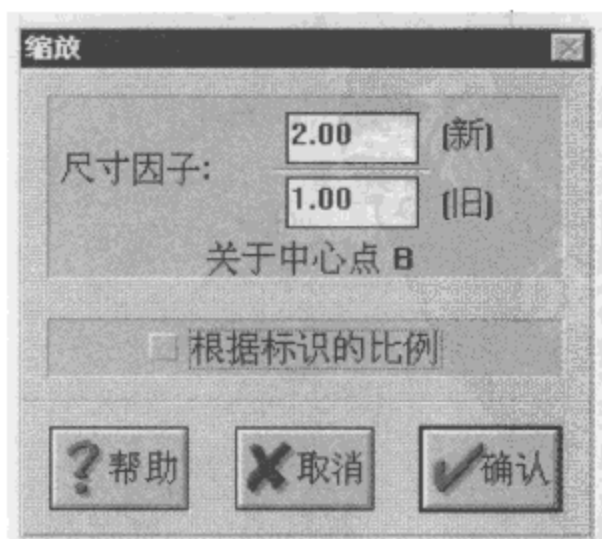


图 11-12

此对话框中用于设置缩放比例,或选择“根据标识的比例”(事先设定),使对象进行缩放。

(4) **按标识的比例**:执行[变换]→[F 反射]命令,将选择对象按标识的镜面进行反射。

## 2. 标识

(1) **标识中心**:在进行旋转、缩放等操作时,需标识中心. 选择一个点,执行[变换]→[C 标识中心 Ctrl+F]或用鼠标双击该点,即可标识此点为中心,此后可进行旋转、缩放等变换。

(2) **标识镜面**:在进行反射时,需标识镜面. 选择一条直线或线段,执行[变换]→[M 标识镜面 Ctrl+G]或用鼠标双击该直线或线段,即可标识此直线或线段为镜面,此后可进行反射变换。

(3) **标识向量**:标识从起点到终点的向量. 顺次选择两个点,执行[变换]→[V 标识向量],即可标识一个从起点到终点的向量,在进行平移变换时,可选择“按标识的向量”进行,则平移的距离、方向均与该向量一致。

(4) **标识距离**:标识一个距离. 选定一个已测算的长度,执行[变换]→[I 标识距离],即按已测算的长度标识一个距离,在进行平移时,可选择按“标识的距离”平移,其平移的方式就是在 x 轴或 y 轴上按此距离平移一段。

(5) **标识角度**:标识一个角度. 依次选定三个点(如 A、B、C),执行[变换]→[A 标识角度],则标识一个角度 $\angle ABC$ ,在进行旋转变换时,可选择“按标识的角度进行旋转”。

(6) **标识比例**:标识一个比例. 依次选定两条线段(如  $k$ 、 $j$ ),执行[变换]→[O 标识比例],则标识一个以线段  $k$  和线段  $j$  的长度之比的比例,在执行缩放变换时,可选择“按标识的比例”进行缩放。



## （五）M 测算

测算菜单的命令如图 11-13 所示。

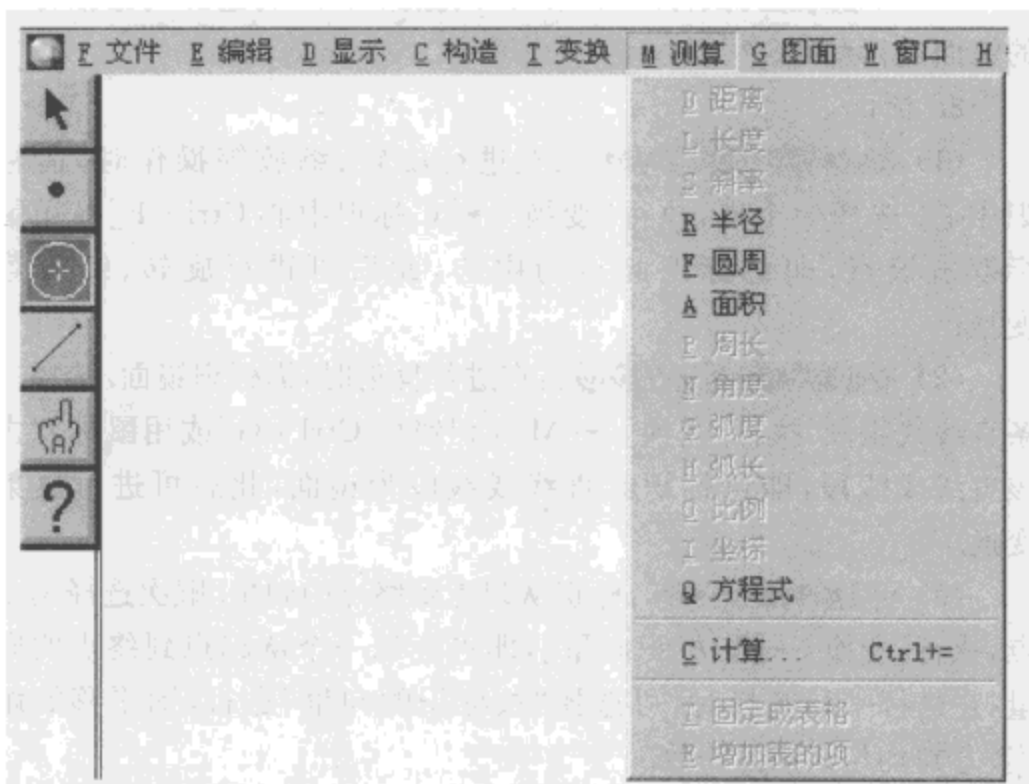


图 11-13

1. **D 距离**：测算两点间、一点和一条线之间的距离。先选定两点或一个点和一条线段（直线），执行[测算]→[D 距离]，画板中则会显示被测算的距离。
2. **L 长度**、**S 斜率**：测算线段的长度、线段所在直线或选定的直线的斜率。选定一条线段，执行[测算]→[L 长度]，即测出所选线段的长度并显示于画板中；执行[测算]→[S 斜率]，即测出所选线段或直线的斜率。
3. **R 半径**、**F 圆周**、**A 面积**：测算一个圆的半径、圆周和面积。选定一个圆，执行[测算]→[R 半径]([F 圆周]、[A 面积])，即测出所选定的圆的半径(圆周、面积)。
4. **A 面积**、**P 周长**：测算内多边形的面积、周长。选定一个

内多边形,执行[测算]→[A 面积]( [P 周长]),即测出内多边形的面积(周长)。

5. N 角度 :测定所选角的角度.依次选定三点(如 A、B、C),执行命令[测算]→[N 角度],所测角度( $\angle ABC$ )便显示于画板中。

6. G 弧度、H 弧长 :测定所选弧的弧度或弧长.选定一段圆弧,执行命令[测算]→[G 弧度]( [H 弧长]),所测弧度或弧长则会显示于画板中。

7. O 比例 :依次选定两条线段,执行命令[测算]→[O 比例],则算出二者长度的比值并显示于画板中。

8. I 坐标 :测算点的坐标.选定一个或多个点,执行命令[测算]→[I 坐标],则测算出各点的坐标并显示于画板中。

9. Q 方程式 :测算圆、直线的方程.选定一个圆或直线,执行[测算]→[Q 方程式],则测算出该圆或直线的方程式。

10. C 计算... Ctrl+= :执行命令[测算]→[C 计算...Ctrl+=],出现如下对话框:



图 11-14

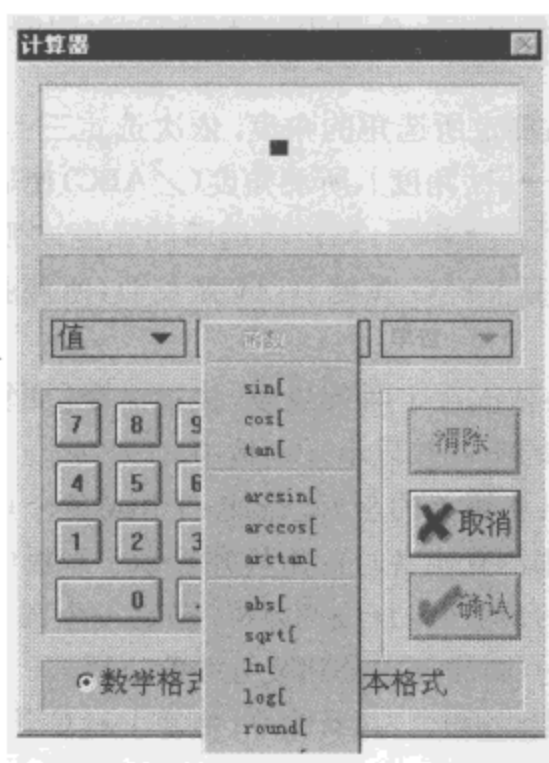


图 11-15

用户可根据需要在此对话框中编写简单的计算公式或由系统内部提供的函数进行数值计算.

11. **固定成表格**：将测算出来的一组数固定成表格.

以上介绍的一些操作在作涉及几何变换的复杂图形时用途很大. 用几何画板作图可以作出非常精确的图象, 但所作图象是位图, 由点构成, 在放大的过程中, 直线会变为锯齿状, 根本达不到印刷的精度, 所以专业印刷必须使用矢量作图软件. 矢量作图软件能保持相邻点或线的矢量特征不变, 即使经过放大, 图象轮廓仍然清晰, 不会出现锯齿, 因此, 使用矢量作图软件可以导出印刷级图片文件. 但矢量作图软件对大多函数图象和部分特殊几何图象的精确作图能力较差. 总之, 各种作图软件各有优劣, 命题者如果能使之相互补充, 发挥各自特长, 那么在数学文档排版过程中最难办的精确作图和导出印刷级图片文件的工作就能圆满完成.

通过对命题排版的长期探索,我们认为比较合理的做法是:先用几何画板画出精确草图,再将所需由位图转化为矢量图的部分选中,复制到 CorelDRAW 软件中,然后在 CorelDRAW 软件中将其打散,重新调整修改.特别要将其局部放大后进行修改,符合要求后再缩小还原.这样矢量图的优势会明显体现出来,图象的效果会远远超过由几何画板直接复制粘贴到 Word 中的效果.

## 第二节 矢量作图软件 CorelDRAW 简介

CorelDRAW 10 是 Corel 公司出品的较新版本的矢量图形制作工具软件,CorelDRAW 10 的安装和其他 windows 应用程序的安装类似,运行安装目录下的 setup. exe,就可以开始进入安装向导.然后按提示进行选择,很快就可完成安装.

当正确安装了 CorelDRAW 10 以后,用户就可以通过执行“开始/程序/CorelDRAW 10/CorelDRAW 10”命令,启动 CorelDRAW 10.启动 CorelDRAW 10 以后,在屏幕上将会出现一个欢迎窗口 Welcome to CorelDRAW,如图 11-16 所示.

欢迎窗口提供了六个选项,其中 New Graphic(创建新图形)用于创建一个新的图形;Open Last Edited(打开上次编辑过的图形)用于打开上次编辑过的图形文件,当鼠标移动到此图标时,上次编辑过的文件的文件名就会出现在欢迎窗口的左下角处;Open Graphic(打开图形)用于打开已经存在的图形文件;Template(模板)用于选择 CorelDRAW 10 为用户准备的绘图模板;CorelTUTOR(Core!教程)用于启动 Corel 教程,此教程可以引导用户进行一系列的练习,从而学习和掌握 CorelDRAW 10 使用技巧;What's New?(新功能)用于介绍 CorelDRAW 10 的一些新增功能.

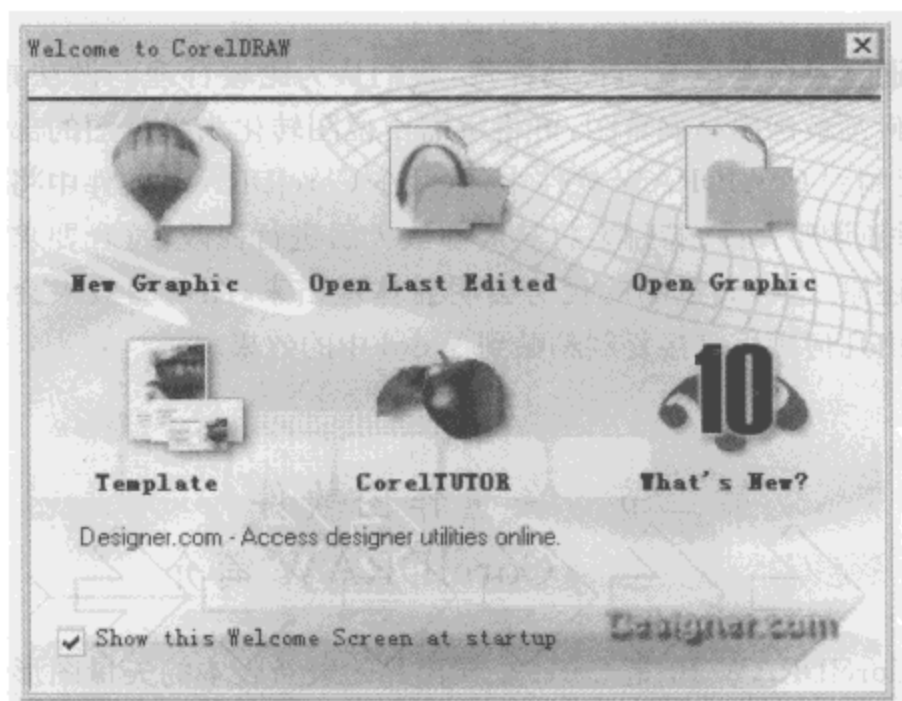


图 11-16

### 1. 了解 CorelDRAW 10 的操作界面

启动 CorelDRAW 10 后,在欢迎窗口中单击 New Graphic(创建新图形)图标,就会出现如图 11-17 所示的绘图操作界面,CorelDRAW 10 所有的绘图工作都是在这个界面中完成的.熟悉操作界面,是熟练使用 CorelDRAW 10 绘图的开始.

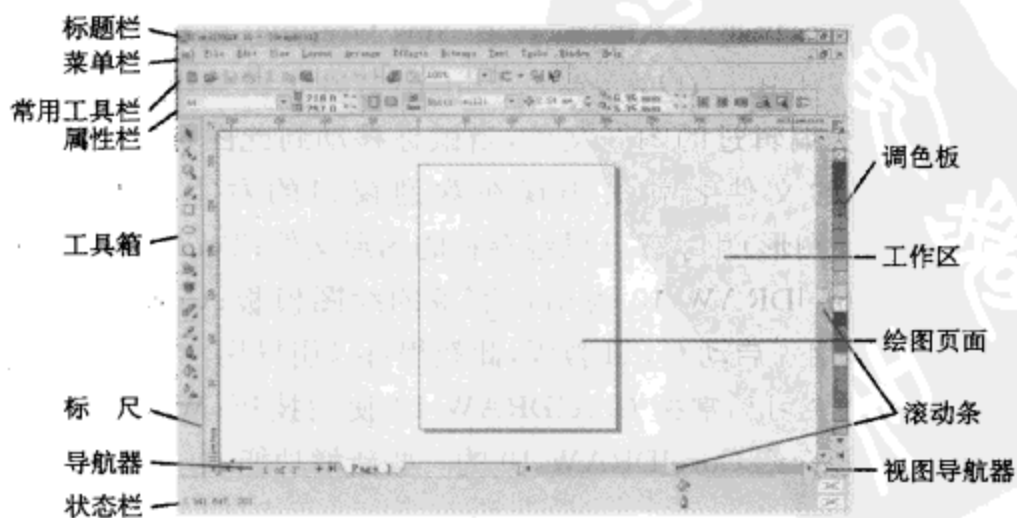


图 11-17

菜单栏:CorelDRAW 10 的主要功能都可以通过执行菜单栏中的命令选项来完成,执行菜单命令是最基本的操作方式.如图 11-18 所示,CorelDRAW 10 的菜单栏中包括 File(文件)、Edit(编辑)、View(视图)、Layout(布局)、Arrange(排列)、Effect(效果)、Bitmaps(位图)、Text(文本)、Tools(工具)、Windows(窗口)和 Help(帮助)等 11 个功能各异的菜单.

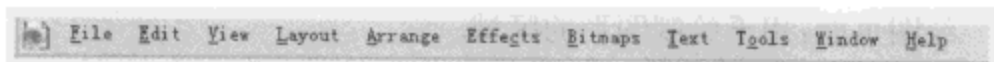


图 11-18

常用工具栏(图 11-19):常用工具栏上放置了常用的一些功能选项,并通过命令按钮的形式呈现出来,这些功能选项都是从菜单中挑选出来的.



图 11-19

属性栏:属性栏能提供在操作中选择对象和使用工具时的相关属性;通过对属性栏中相关属性的设置,可以控制对象产生相应的变化.当没有选中任何对象时,系统默认的属性栏中则提供文档的一些版面布局信息,如图 11-20 所示.



图 11-20

工具箱(图 11-21):在系统默认状态下,工具箱位于工作区的左边.工具箱中放置了经常使用的编辑工具,它是将功能近似的工具以展开的方式归类组合在一起呈现的,这可以使操作更加灵活方便.



图 11-21

导航器(图 11-22):导航器中间显示的是文件当前活动页面的页码和总页码,可以通过单击页面标签或箭头来选择需要的页面,在进行多文档操作时,导航器的作用是非常突出的。

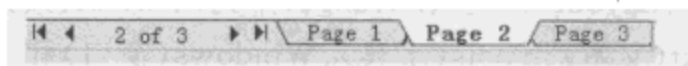


图 11-22

绘图页面:用于绘制图形的区域。

工作区:工作区是指绘图页面以外的区域。在绘图过程中,用户可以将绘图页面中的对象拖到工作区存放,类似于一个剪贴板,它可以存放不止一个图形,使用起来很方便。

在 CorelDRAW 10 中,通过对另一个功能选项的设置,也能帮助用户有效地利用界面空间和快捷操作的相关功能,这个功能就是 Dockers(泊坞窗)。CorelDRAW 中的 Dockers(泊坞窗)类似于 PhotoShop 中的浮动面板,在 Dockers(泊坞窗)命令选项中可以设置显示或隐藏具有不同功能的控制面板,以方便用户操作。

如图 11-23 所示,CorelDRAW 10 中的 Dockers(泊坞窗)包含了: Properties(对象属性控制面板)、Object Manager(对象管理器)、Object Data Manager(对象数据管理器)、View Manager(视图管理器)、Link Manager(连接管理器)、Undo Dockers(撤销泊坞窗)等 24 个不同类型及功能的控制面板。调用这些 Dockers 面板的方法也很简单:(1) 打开控制面板,单击 Windows/Dockers 命令,在弹出

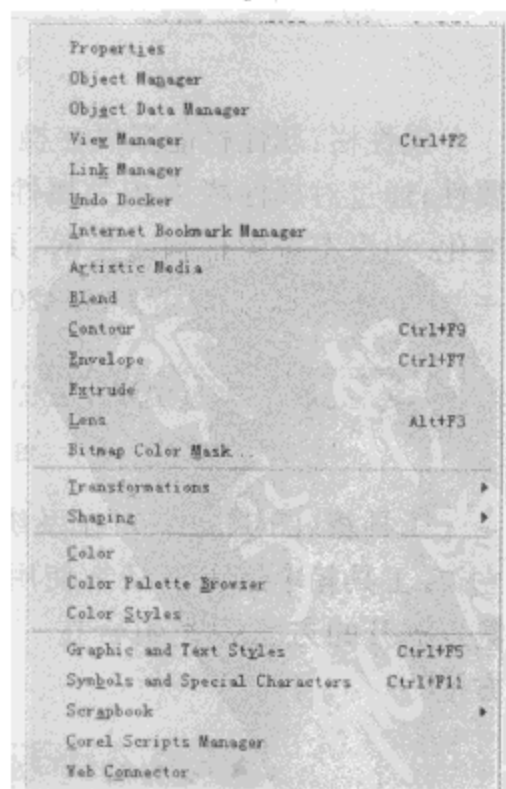


图 11-23

Dockers 的子菜单中选定相应的面板命令,在工作区的右边则会弹出相应的控制面板。(2)调整控制面板.直接用鼠标拖动面板边缘,即可随意调整该控制面板的大小。(3)浮动/层叠控制面板.单击控制面板的标签将其激活后,拖动该标签到工作区,释放鼠标即可将该控制面板浮动,反之,拖动浮动的控制面板到另一个控制面板上,即可将它们层叠组合起来。

CorelDRAW 10 是一个功能强大的图形处理软件,其操作界面非常友好,它为用户创建各种图形对象提供了一整套的工具,而且这些工具除了有形象的图标外,还都具有工具提示功能——鼠标在工具图标上停留一段时间后,该工具的工具提示就会出现.利用这些工具可以快捷地、轻松地绘制出各种图形对象、轻松地编辑处理图形文档。

## 2. 绘制几何图形

中考试卷中需要用到的图形对象中,有很大一部分是由几何图形组成的,其中矩形、椭圆和多边形是构成各种复杂图形的基本图形.因此,CorelDRAW 10 在其 Tool Box(工具箱)中提供了一些用于绘制几何图形的工具,这些工具的使用方法都是一样的:

- (1) 用鼠标在工具箱中选中这些工具;
- (2) 将鼠标移动到绘图页面中,用拖动的方式就可以绘制出所需的图形对象;
- (3) 按住 Ctrl 键拖动鼠标,即可绘制出“正”的该图形;
- (4) 按住 Shift 键拖动鼠标,即可绘制出以鼠标单击点为中心的图形;
- (5) 按住 Ctrl+Shift 键后拖动鼠标,则可绘制出以鼠标单击点为中心的“正”的该图形。

下面将简单介绍绘制基本图形(矩形、椭圆、多边形)的工具。

### Rectangle Tool(矩形工具)

如图 11-24 所示,使用 Rectangle Tool(矩形工具)可以绘制出矩形和正方形。



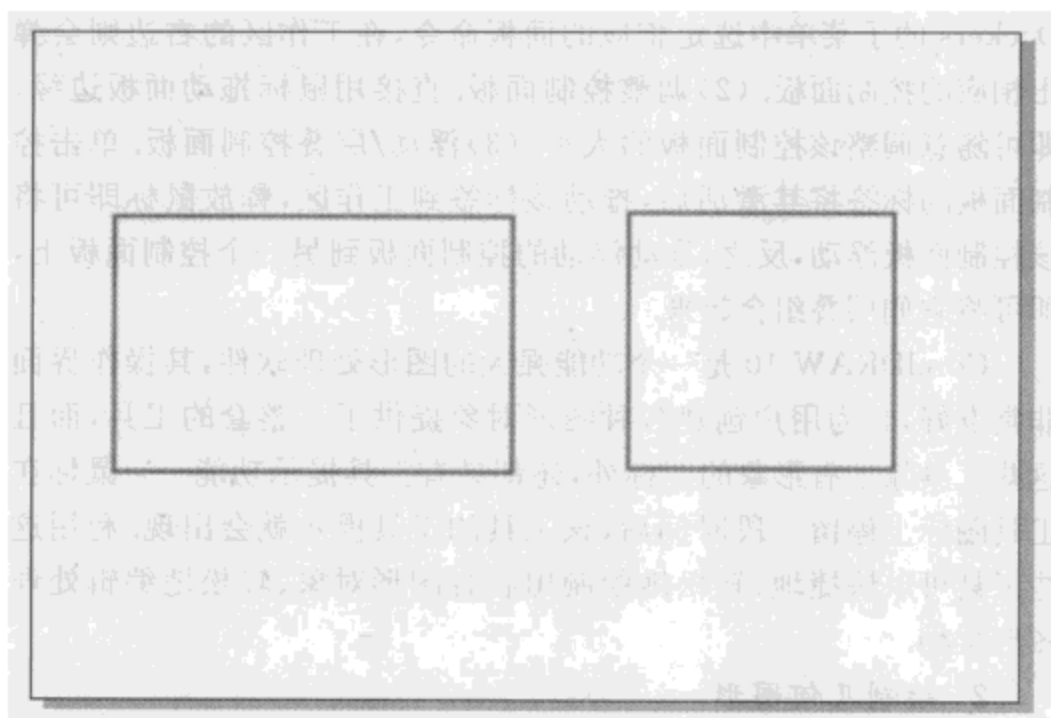


图 11-24

使用 Rectangle Tool(矩形工具)绘制出矩形或正方形后,在属性栏中则会显示出该图形对象的属性参数,通过改变属性栏中的相关参数设置,可以精确的创建矩形或正方形. 矩形工具的属性栏如图 11-25 所示.



图 11-25

在  框中可以设置或更改该矩形或正方形中心点位置的坐标值;

在  框中可以设置或更改该矩形或正方形的长和宽;

在  框中可以设置或更改该矩形或正方形的长和宽的比值;

在  框中可以设置或更改该矩形或正方形的旋转角度值;

在  下拉选项框中,可以设置或更改该矩形或正方形边线

线条的宽度.

### ○ Ellipse Tool(椭圆工具)








使用 Ellipse Tool(椭圆工具)可以绘制出椭圆、圆、饼形和圆弧。在选中 Ellipse Tool(椭圆工具)后,使用属性栏中的  (椭圆)、 (饼形)或  (圆弧)选项,可以比较精确地绘制和修改图形的外观属性。图 11-26 是椭圆工具的属性栏。



图 11-26

椭圆工具属性栏中各选项的设置方法与矩形工具属性栏的设置相似。

在 , ,  中切换,可以绘制出椭圆、圆形、饼形或圆弧;

在  框中设置饼形或圆弧的起止角度,可以得到不同的饼形或圆弧。图 11-27 是用椭圆工具绘制出的椭圆形、圆形、饼形和圆弧。

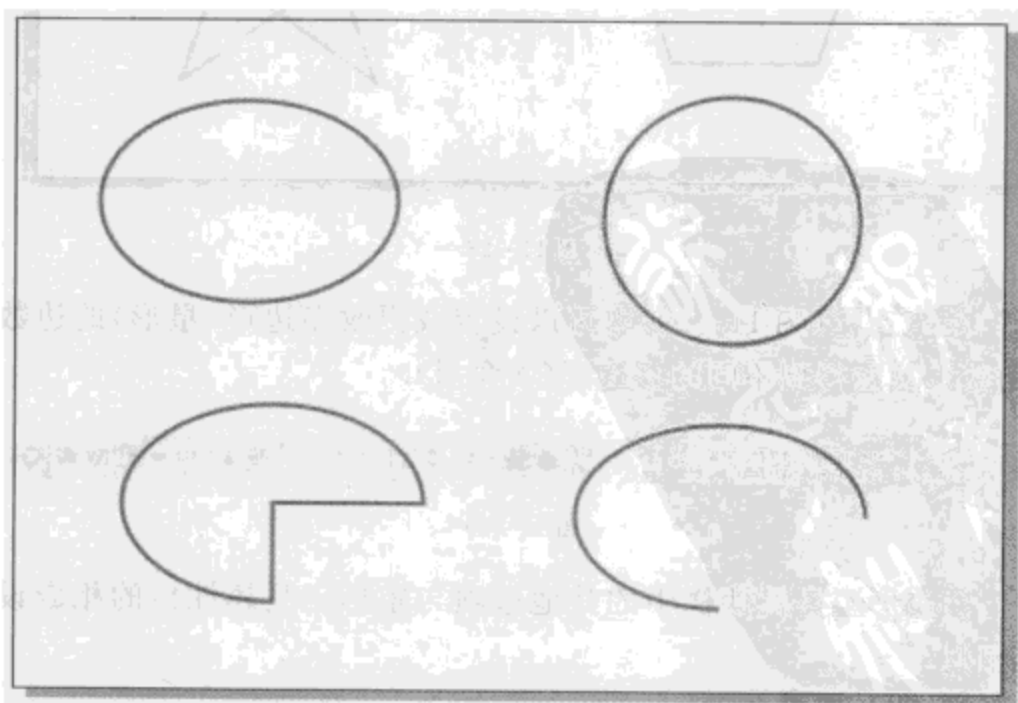




图 11-27

### Polygon Tool(多边形工具)

使用 Polygon Tool(多边形工具)可以绘制出多边形、星形和多边星形。选中 Polygon Tool(多边形工具)后,在属性栏中选定多边形按钮  (星形按钮 ),即可开始绘制多边形(星形)。图 11-28 是用多边形工具绘制出的多边形及星形。

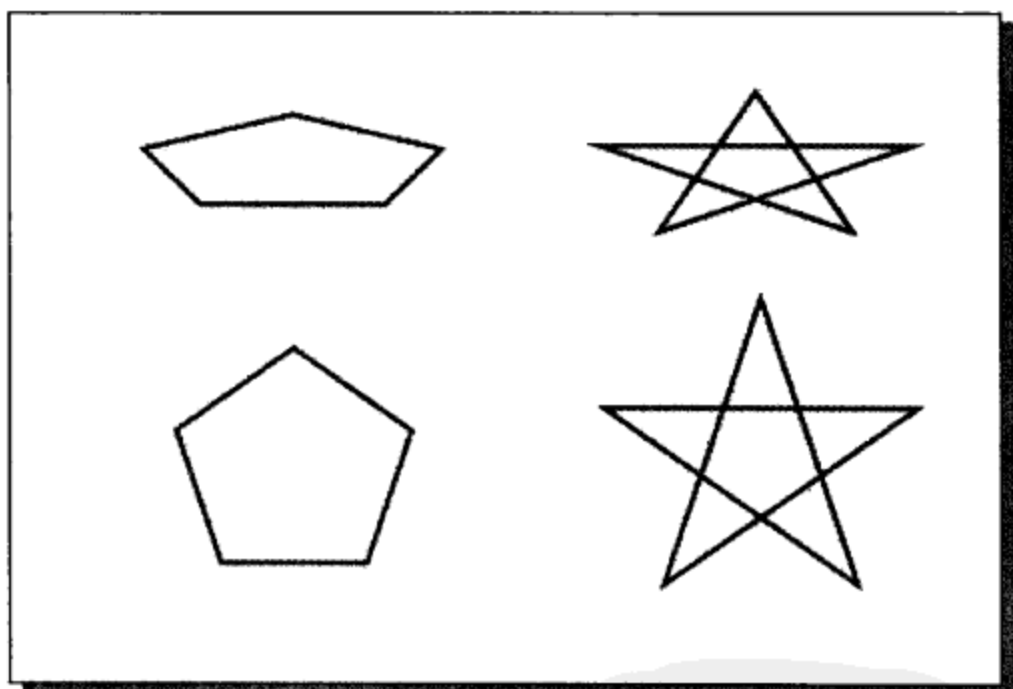


图 11-28


在  框(图 11-29)中可以设置或更改多边形(星形)的边数(角数),从而得到不同的多边形(多角星)。





图 11-29


多边形工具属性栏中的其他选项与矩形工具属性栏的相应设置相似。

### 3. 添加图形标注

利用  Callout Tool(标注工具)可以为对象标注连线标记。标

记线可以由一段或两段组成. 在绘制标记线时, 文本光标出现在线的末端, 使用户能够输入标记文本. 添加图形标注的步骤如下:

(1) 在工具箱中选择  Freehand(手绘)工具/  Dimension Tool(尺寸工具);

(2) 单击属性栏中的  按钮;

(3) 在需标注的位置单击第一条标记线的起点;

(4) 移动鼠标到适当位置, 单击第一条标记线的终点(即第二条标记线的起点);

(5) 在要放置标记文本的地方单击第二条标记线的终点(此时光标出现);


(6) 输入标记文本, 按 Enter(回车)键即可完成此次(两段标记线的)标注;

(7) 在需标注的位置单击第一条标记线的起点;

(8) 移动鼠标到要放置标记文本的地方双击(此时光标出现);

(9) 输入标记文本, 即可完成此次(一段标记线的)标注.

#### 4. 选取和移动对象

使用  Pick Tool(选取工具)和 Shift 键可以灵活方便地选择对象. 此处主要介绍将选中的对象移动到用户所需要的位置上的方法及操作步骤.




在 CoreDRAW 10 中移动对象, 最简单的办法就是使用 Pick Tool(选取工具)选中要移动的对象, 然后直接将它移动到所需的位置上. 这种方法虽然方便、简单, 但却不够精确, 只适合于大范围的移动. 在使用 Pick Tool(选取工具)移动对象时, 虽然按住 Ctrl 键, 能使对象只在水平或垂直方向上移动, 但是这在一定程度上限制了对对象的移动, 而且也不够十分精确. 使用 Pick Tool(选取工具)属性栏(图 11-30)中包含数字的微调框, 则可精确地将对象定位在所需的位置上.




图 11-30

## 5. 旋转和倾斜对象

在 CorelDRAW 中旋转和倾斜对象非常方便,操作步骤如下:



从工具箱中选中  Pick Tool(选取工具),双击需要倾斜或旋转处理的对象,进入旋转/倾斜编辑模式,此时对象周围的控制点变成了  (旋转控制箭头)和  (倾斜控制箭头)。

将鼠标移动到旋转控制箭头上,沿着控制箭头的方向拖动控制点.在拖动的过程中,会有蓝色轮廓的线框跟着旋转,指示旋转的角度.旋转到合适的角度时,释放鼠标即可完成对象的旋转.对象是围绕着旋转轴心来旋转的,旋转轴心不同,旋转的结果也有很大的差别.在对象旋转时,属性栏上的  Angle Of Rotation(旋转角度)文本框中会显示出对象旋转的角度.反之,在此栏中填入旋转角度后,按 Enter(回车)键,也能使选定对象旋转指定到角度。

### 对象的编辑

CorelDRAW 10 提供了一系列的工具(和功能命令)用于对对象进行编辑,利用这些工具或命令,用户可以灵活地编辑与修改对象,以满足自己的设计需要。

#### 1. 撤销、恢复、重复操作

在对对象进行编辑的过程中,用户常常会对刚修改的部分感到不满意,需要撤销修改或恢复上一步操作,这就要用到 Undo(撤销)、Redo(恢复)和 Repeat(重复)命令.用户可以通过常用工具栏中的  (撤销)和  (恢复)按钮,来撤销一系列的操作.单击按钮右边的向下箭头,在弹出的列表中将显示最近执行的所有操作,选择其中的某一步操作,则可使对象直接恢复到那一步操作之前的外观。

如果想对一个或多个对象进行同一种操作,使它们获得相同的 effect,就可以使用 Repeat(重复)命令.使用 Repeat(重复)命令的步骤:使用 Copy(复制)、Cut(剪切)和 Paste(粘贴)命令,利用剪贴板暂存信息的功能,使对象在同一绘图页面内、不同绘图页面之间以及不同文件之间保持一致。

## 2. 使用 Eraser Tool(橡皮擦工具)和 Knife Tool(刻刀工具)

使用 Eraser Tool(橡皮擦工具)和 Knife Tool(刻刀工具)可以改变、分割选定的对象或路径。


### ● Eraser Tool(橡皮擦工具)

使用该工具在对象上拖动,可以擦除对象内部的一些图形,而且对象中被破坏的路径,会自动封闭,处理后的图形对象和处理前具有同样的属性。

### ● Knife Tool(刻刀工具)


使用 Knife Tool(刻刀工具)可以将对象分割成多个部分,但是不会使对象的任何一部分消失。具体操作步骤如下:

(1) 在工具箱中选中 Knife Tool(刻刀工具),此时鼠标光标变成了刻刀形状;

(2) 在属性栏中选择  按钮,可以将对象切割成相互独立的曲线,且原有的填充效果将消失;



(3) 将鼠标移动到图形对象的轮廓线上,分别在不同的截断点位置单击;

(4) 此时可看到图形被截成了两条非封闭的曲线,且原有的填充效果消失了;

(5) 在属性栏中选择  按钮,可以让被切断后的对象自动生成封闭曲线,并保留填充属性;

(6) 将鼠标移动到图形对象的轮廓线上,分别在不同的截断点位置单击,此时看到图形被截成两个各自封闭的曲线对象;

(7) 用户也可以用拖动的方式来切割对象,不过这种方法在切割处会产生许多多余的节点,并且产生不规则的截断面;

(8) 如果在属性栏中同时按下  和  按钮,则可将该对象生成作为一个多路径的对象。


### 群组、组合与打散

从字面上来看 Group(群组)与 Combine(组合)的功能似乎有点相似,但它们的使用结果却大相径庭。

### Group(群组)

使用 Group(群组)命令可以将多个不同的对象结合在一起,作为一个整体来统一控制及操作. 群组的使用方法也很简单:

(1) 选定要群组的所有对象;

(2) 单击菜单命令 Arrange(排列)/Group(群组)(快捷键 Ctrl+G),或单击属性栏中的  Group(群组)按钮即可群组选定的这些对象.

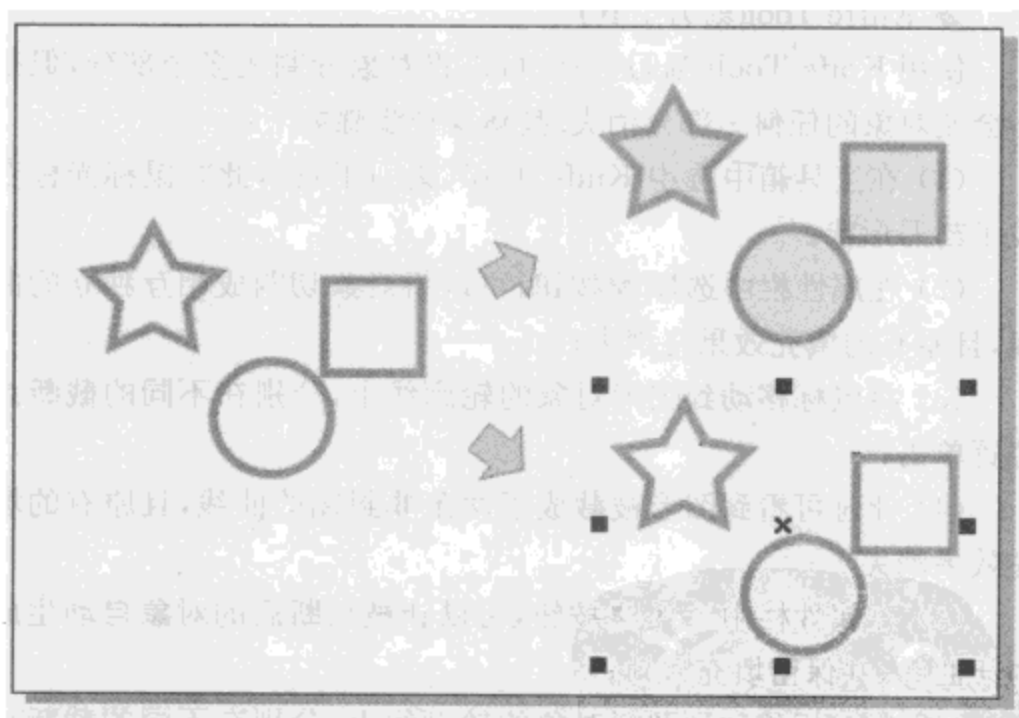


图 11-31

群组后的对象作为一个整体存在,当移动某个对象的位置或填充某个对象时,群组中的其他对象也将被移动或填充.

### Combine(组合)

使用 Combine(组合)命令可以把不同的对象合并在一起,使之完全变为一个新的对象. 如果对象在组合前有颜色填充,那么组合后的对象将显示最后选定的对象(目标对象)的颜色. 它的使用方法与群组命令类似.

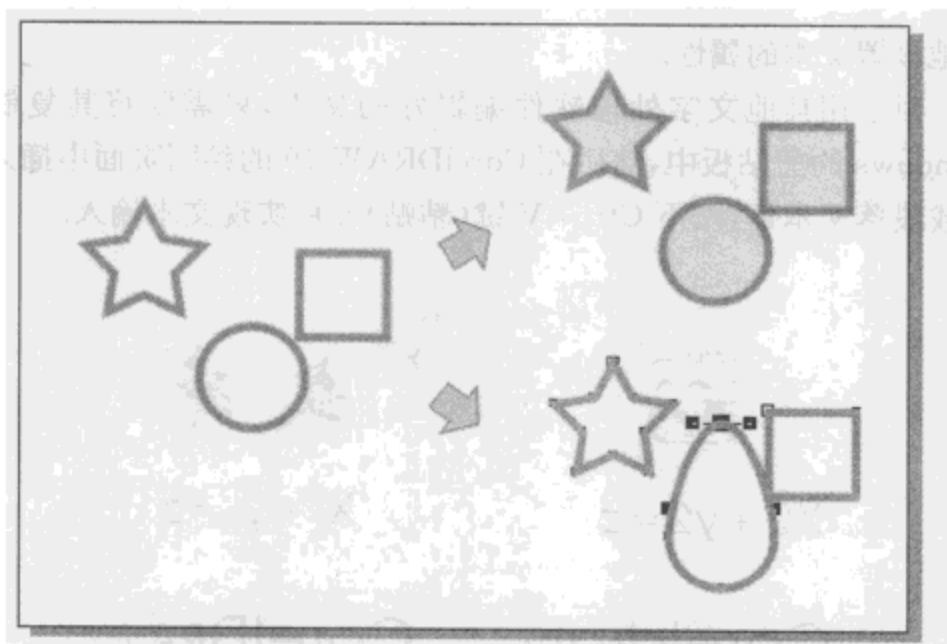



图 11-32

#### Break Apart(打散)

Break Apart(打散)命令用来取消对对象的组合. 具体操作步骤如下:

- (1) 选中已经组合的对象;
- (2) 单击菜单命令 Arrange(排列)/Break Curve Apart(打散) (快捷键 Ctrl+K), 或单击属性栏中的  Break Apart(打散)按钮即可将原组合的对象变成为多个独立的对象.

#### CorelDRAW 中的文本及输入

文本(Text)是 CorelDRAW 10 中具有特殊属性的图形对象. 在 CorelDRAW 10 中有两种文本模式: Artistic Text(艺术体文本)和 Paragraph Text(段落文本). Artistic Text(艺术体文本)实际上是指单个的文字对象. 由于它是作为一个单独的图形对象来使用的, 因此可以使用各种处理图形的方法对它进行编辑处理. Paragraph Text(段落文本)是建立在艺术体文本模式的基础上的大块区域的文本. 对段落文本的处理要使用 CorelDRAW 10 中的编辑排版功能. 使用键盘输入文字是常见的操作之一, 在输入文本时, 就可以方



便地设置文本的属性。

对于用其他文字处理软件编辑好的文本,只需要将其复制到 Windows 的剪贴板中,然后在 CorelDRAW 10 的绘图页面中插入光标或段落文本框,按下  $\text{Ctrl}+\text{V}$  键(粘贴)即可实现文本输入。



Coreldraw      CorelDRAW

图 11-33

以下给出使用几何画板与 CorelDraw 软件作出精确图象的图示(图 11-34~图 11-41),以使命题教师感受一下这一过程。

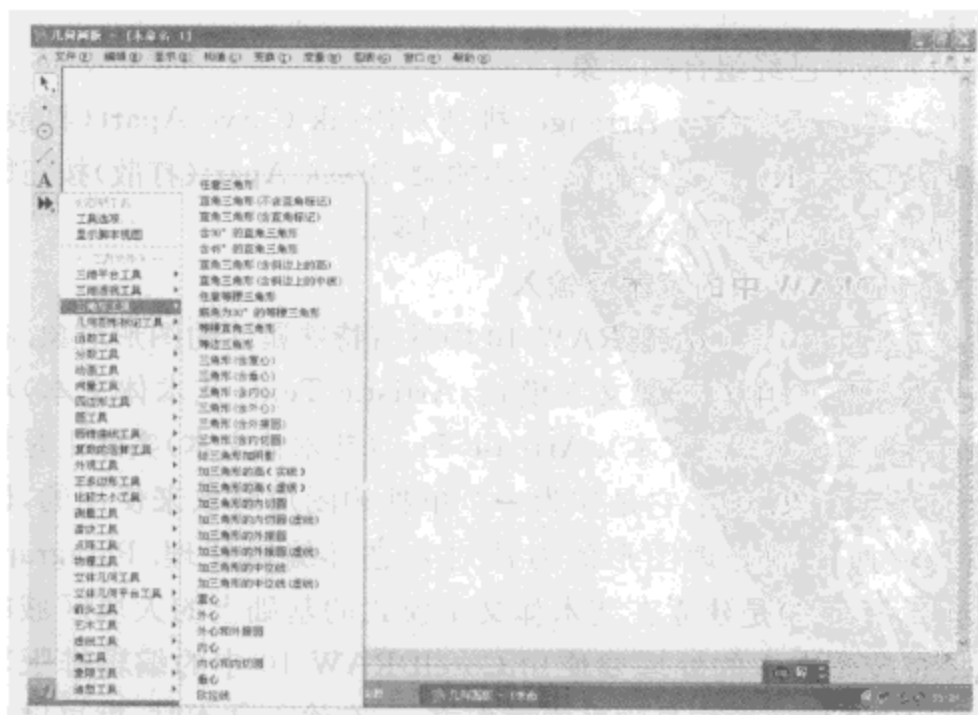


图 11-34



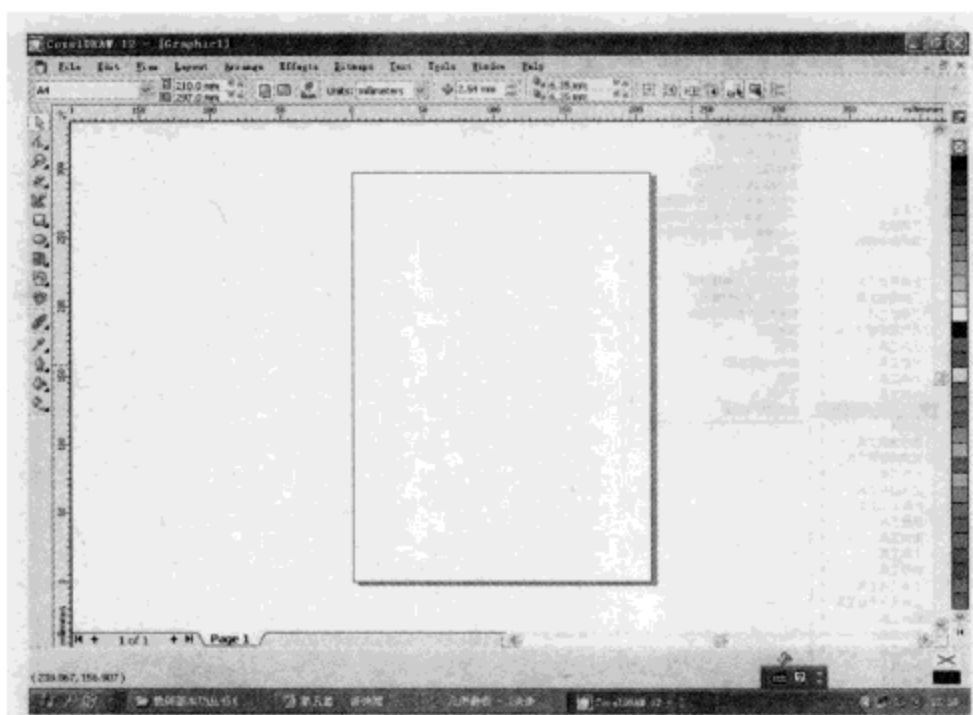


图 11-37

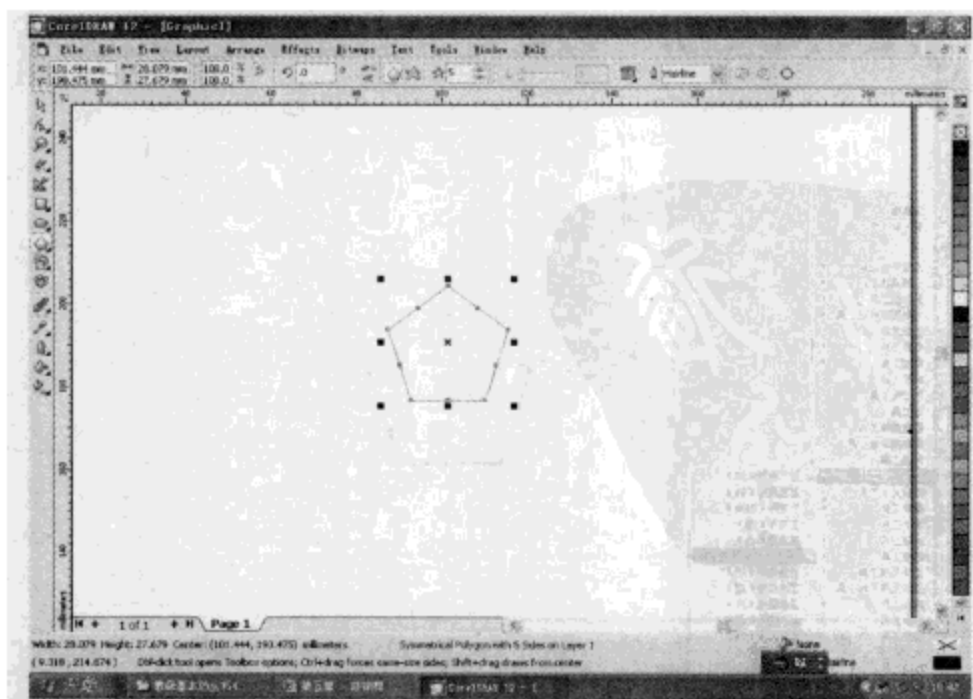


图 11-38

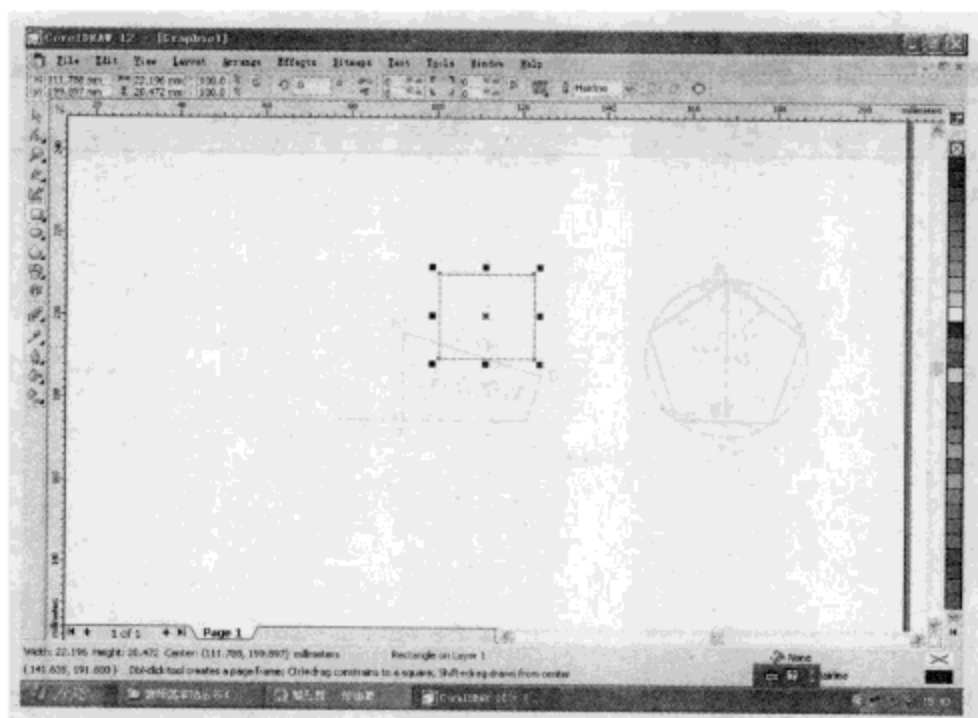


图 11-39

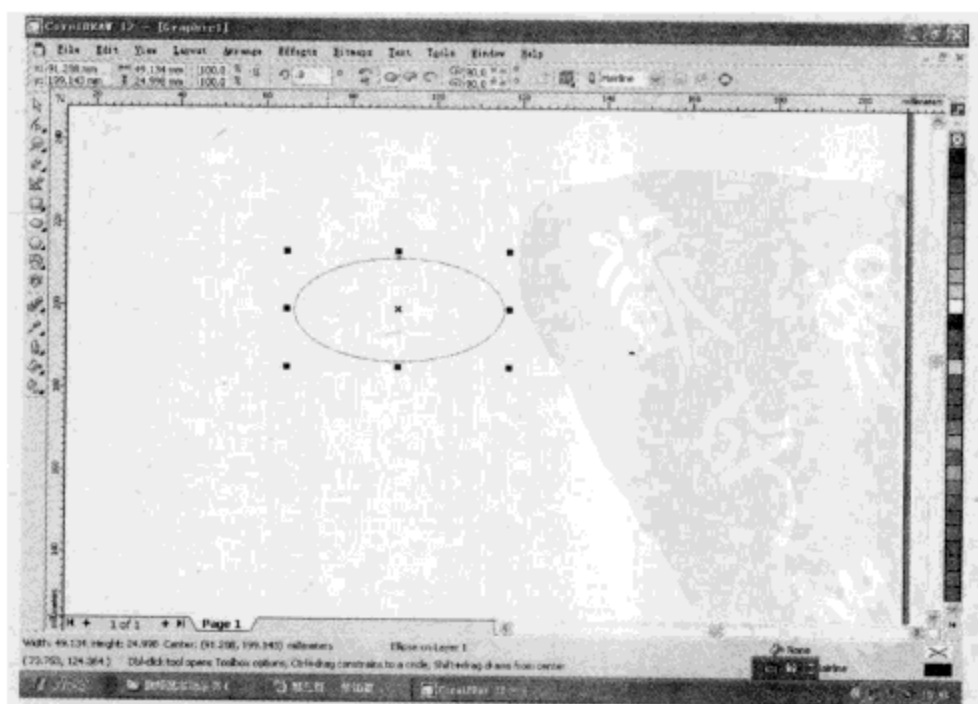


图 11-40

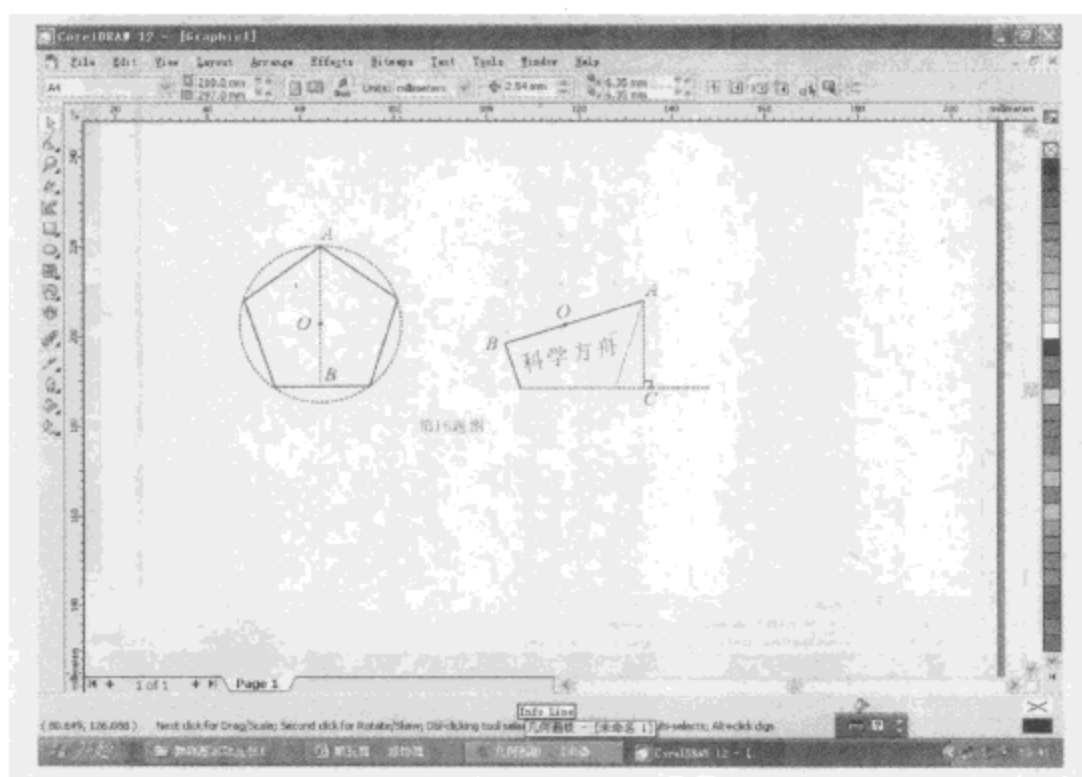


图 11-41

